



TITLE:

地盤の不確定性と群杭効果を考慮
した建築構造物の地震時応答特性
と上部下部統合化設計(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

岸田, 明子

CITATION:

岸田, 明子. 地盤の不確定性と群杭効果を考慮した建築構造物の地震時
応答特性と上部下部統合化設計. 京都大学, 2008, 博士(工学)

ISSUE DATE:

2008-03-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k13776>

RIGHT:

地盤の不確定性と群杭効果を考慮した
建築構造物の地震時応答特性と
上部下部統合化設計

2008 年 1 月

岸 田 明 子

目次

第1章	序	1
1.1	研究の背景	1
1.2	研究の目的	2
1.3	本論文の構成とその要旨	2
第2章	群杭効果を考慮した建築骨組 - 杭系の応答特性	5
2.1	序	5
2.2	構造物 - 杭 - 地盤系のモデル化	6
2.3	単杭のインピーダンス (動的剛性)	7
2.4	他のモデルとの比較および地震時の観測データとの比較	8
2.4.1	他のモデルとの比較	8
2.4.2	地震時の観測データとの比較	10
2.5	群杭効果の影響係数	12
2.5.1	杭頭における調和入力 (慣性応答) 問題	12
2.5.2	垂直 S 波による調和入力 (強制変位) 問題	20
2.5.3	層間変位	26
2.5.4	杭頭モーメント	30
2.6	数値例	36
2.6.1	群杭効果の検証	36
2.6.2	群杭効果を考慮した剛性設計	39
2.7	結論	44
第3章	SR モデルに入力される地震エネルギーの不確定性解析	49
3.1	序	49
3.2	振動数領域の地震入力エネルギー	50
3.3	地震入力エネルギーの不確定パラメター感度 : 1 次感度	55
3.4	地震入力エネルギーの不確定パラメターに対する感度 : 高次感度	57
3.5	地震入力エネルギーの不確定性解析	58
3.6	数値例	59
3.6.1	地震入力エネルギー	59
3.6.2	地震入力エネルギーの不確定パラメターに対する 1 次感度	61
3.6.3	地震入力エネルギーの不確定パラメターに対する変動	62
	(1) エネルギー伝達関数の変動	62
	(2) 地震入力エネルギーの変動	66
3.7	結論	68

第4章	杭基礎構造物に入力される地震エネルギーの不確定性解析	71
4.1	序	71
4.2	地盤特性に関する不確定性	72
4.3	構造物 - 杭系の SR モデルへの置換	74
4.3.1	地盤ばねの群杭効果	74
4.3.2	杭基礎の地盤ばねの評価法	76
	(1) 水平地盤ばねの算定	76
	(2) 回転地盤ばねの算定	80
4.4	地震入力エネルギーの地盤ヤング係数に対する 1 次感度	83
4.4.1	スウェイばねの不確定パラメーターに関する感度	84
4.4.2	ロッキングばねの不確定パラメーターに関する感度	86
4.5	地震入力エネルギーの地盤ヤング係数に対する 2 次感度	88
4.5.1	構造物のエネルギー伝達関数の 2 つの不確定パラメーターに対する感度 (クロスターム)	89
4.5.2	スウェイばね、ロッキングばねの地盤ヤング係数に対する 2 次感度	90
4.6	数値例 1	94
4.6.1	不確定パラメーターに対する入力エネルギーの変動	94
4.6.2	構造物のエネルギー伝達関数の地盤ヤング係数に対する 1 次感度および 2 次感度	95
4.7	数値例 2	99
4.8	地震入力エネルギーの構造設計への反映	102
4.9	結論	102
第5章	地盤強制変位による運動学的効果を考慮した杭基礎を有する建築骨組の上部下部統合化設計	105
5.1	序	105
5.2	地盤強制変位による動的効果の導入	106
5.2.1	自由地盤に対する応答スペクトル法	106
5.2.2	杭 - 地盤系に対する応答スペクトル法	110
5.2.3	比較検討地盤 (A 地盤、B 地盤) のひずみレベル依存特性	111
5.3	地盤定数の設定	112
5.3.1	N 値から地盤のせん断波速度 V_s を推定する簡略式	112
5.3.2	N 値と q_u (土の一軸圧縮強さ) の関係	113
5.3.3	地盤のせん断波速度 V_s と弾性体のヤング係数 E_{s0} の関係	113
5.3.4	地盤ヤング係数と N 値の関係	113
5.3.5	A 地盤 (軟弱地盤) の分布	114
5.3.6	B 地盤 (硬質地盤) の分布	115

5.4	A,B 地盤に対する数値例	116
5.4.1	地盤強制変位による杭頭曲げモーメントと慣性力による杭頭曲げモーメント	116
5.4.2	応答スペクトル法による杭曲げモーメントと杭せん断力の最大値	117
	(1) 工学的基盤面に入力される設計用地震動	117
	(2) A,B 地盤に対する解析例	117
5.5	上部構造 - 杭基礎統合化設計法	124
5.6	コスト最小化問題の設定	125
5.6.1	杭の制約条件	127
5.6.2	上部構造の制約条件	136
5.6.3	解法の特徴	140
5.7	上部構造 3 スパン 10 層モデル、2 種類の表層地盤モデルに対する数値例	141
5.7.1	対象モデルと荷重条件	141
5.7.2	本例題における制約条件	141
5.7.3	本例題における設計変数、目的関数および最適化アルゴリズム	142
5.7.4	解析結果（地盤強制変位の効果を考慮した場合）	143
5.7.5	解析結果（地盤強制変位の効果を考慮しない場合）	147
5.7.6	考察	149
5.8	結論	149
第 6 章	結論	153

第1章 序

1.1 研究の背景

建築物の設計において、地盤特性を考慮することは、古くから行われているが、直接的な形で取り上げられるようになったのは、2000年に改正された建築基準法によると考えられる。この改正では、解放工学的基盤という概念が導入され、表層地盤特性に依存しない合理的な形での応答スペクトル形式での設計用地震動の定義が導入されたといえる。

しかしながら、工学的基盤面よりも上層での地盤の挙動や、構造物や基礎と地盤の動的相互作用効果については、尚、多くの不確定な側面が残されている。例えば、直接基礎・杭基礎に関係なく、簡略化モデルとしてスウェイ・ロッキングモデル (SR モデル) が採用される場合が多いが、そのばね特性やダッシュポット特性としてどのようなものを採用すべきかについては多くの異なる提案がなされている。また、実挙動と比較したその精度について、体系的な研究はあまり多くは存在しないように思われる。特に、杭と地盤の接触と剥離の問題などは、全体挙動に大きな影響を及ぼすと考えられるが、その高精度モデル化は大きな困難を伴うと予想される。

地盤特性の不確定性には、地盤特性の不均質性などの潜在的に存在するものや、特性が明らかにされていないことに起因する認識による不確定性が存在する。後者の不確定性は、将来、研究が進めば取り除かれる可能性があるが、前者は避けられないものである。また、地盤調査・試験に伴う人為的な不確定性も存在する。この不確定性に関しては、試験法の改良や規準化された試験法の採用により、ばらつきを減少させることは可能であるが、その変動を全くゼロにすることは不可能である (地盤工学会 1998)。

その他のテーマとしては、群杭効果が考えられる。これまでに、近似的な取り扱いは提案されているが、上部構造の設計の際にどのように扱うべきかなどについては、あまり明確な指針は示されていないように思われる (日本建築学会 1996)。また、かなり軟弱な地盤では、慣性の相互作用 (inertial interaction) と運動学的相互作用 (kinematic interaction) の両方が同時に考慮されなければならないため、これらの効果を群杭効果と共に評価するための、有効な手段が強く望まれている。

もう一つのテーマとして、杭基礎を有する建築骨組の最適設計を考える。建築構造設計の実務では、構造計算以外の創造的部分は未だに設計者の勘と経験に依存しているのが現実である (吉富 2004)。しかしながら、建築構造の複雑化と多様化、性能要求の多様化と高度化、多種多様な新素材の開発が進む状況下では、構造設計者の経験やそれに基づく判断が必ずしも有効に利用できるとは限らず、構造設計過程の一層の数理化・論理化を促進させ、設計条件と設計目標から組織的に部材寸法や部材断面サイズが選定される本来の意味での構造設計の体系を構築することが強く求められている。

建築構造物において、基礎構造部分、特に杭基礎の直接工事費が全構造躯体の直接工事費に占める割合は小さくなく、この杭基礎のコストを如何に小さくするかが重要な課題の一つとなって

いる。しかしながら現状では、上部構造の最適設計に関する研究は存在するものの（日本建築学会 2002）、杭基礎の最適設計に関する研究はほとんど例がない。また、杭基礎を有する建築構造物に関する逆問題型設計法はわずかに提案されているが（中村ら 1992）、最適設計に関する研究はほとんど存在しない。

さらに、2001 年に改定された「建築基礎構造設計指針」（日本建築学会）では、杭基礎に作用する外力として、上部構造の慣性力による効果と地盤強制変位による運動学的効果の二つを考慮することの必要性が述べられている。

1.2 研究の目的

- ① 群杭効果が杭の強度設計や上部構造の剛性設計にどのような影響を及ぼすかを簡潔な方法を用いて明らかにする。さらに、慣性の相互作用（inertial interaction）と運動学的相互作用（kinematic interaction）を同時に考慮した上で、群杭効果を扱った構造物 - 杭 - 地盤系の剛性設計および耐震設計の有効な手段を提案する。すなわち、群杭効果を考慮した建築構造物の合理的な剛性設計法（および杭の強度設計）を展開する。
- ② 構造物と地盤の動的相互作用を考慮した場合に、両者を構成する不確定な要素がその設計にどのような影響を及ぼすかを明らかにするために、構造物に入力されるエネルギーを応答量として取り上げる。具体的には SR モデルの構成要素の不確定性が、構造物への入力エネルギーに及ぼす影響を陽な表現を用いて明らかにする。すなわち、地盤特性や地盤の建物に対する抵抗に関する不確定性が構造物の応答に及ぼす影響を明らかにする。
- ③ 地盤特性の不確定性が、杭 - 構造物連成系への入力エネルギーに及ぼす影響を陽な表現を用いて明らかにする。すなわち、地盤特性やモデル化（SR ばねなど）に関する不確定性が構造物の応答に及ぼす影響をパラメトリック解析などを用いずに簡易的に明らかにする。
- ④ 上部構造と下部構造に課される制約条件をすべて満足するような、上部骨組部材サイズと杭の断面サイズを自動的に決定するための上部下部統合化設計法を提案する。上部構造と杭基礎の総コストを最小化する設計法を、実務においても採用されやすい形で提案する（上部構造 - 杭基礎統合化設計法）。本論文では、単に設計過程の自動化を推進することが目的ではなく、構造設計者の創造的な作業を支援するシステムを構築する。

1.3 本論文の構成とその要旨

本論文は、地盤の不確定性と群杭効果を考慮した建築構造物の地震時応答特性を解明し、上部下部統合化設計のための合理的方法を提示したものであり、以下の 6 章から構成されている。

第 1 章は序章であり、本研究の目的と意義について述べている。建物が建設される敷地地盤は、幾何学的形状、力学的特性ともに大きなばらつきを有しており、同時にボーリングなどによる調査地点の数も一般的には多くなく、データ不足による不確定性も有していると考えられる。本論文では、このようなばらつきや不確定性を的確に考慮した解析法と、上部構造と下部基礎構造を総合的な観点から合理的かつ統合的に設計するための方法を提示することを目的としている。

第 2 章では、群杭効果を考慮した建築骨組 - 杭系の応答特性について論じている。建築構造物

の基礎構造として杭を用いる場合、基礎杭は複数本打ち込まれるため、群杭効果を考慮することが必要となる場合がある。群杭効果とは、杭頭慣性入力（上部構造から伝達される力）や、地盤からの動的入力（強制変位）を受けた杭が振動し、周辺地盤へ振動影響を与え、さらにその振動波が地盤を介し、周辺の杭へと伝わり、影響を与えることによって引き起こされる効果のことを意味する。本論文では、杭基礎を有する建築構造物の耐震設計および剛性設計における有効な群杭効果の解析法を展開している。杭 - 地盤系の動的挙動を簡易的ではあるが的確に考慮するために、動的 Winkler 型地盤要素と杭から成る連続体モデルを扱う。一般的に、群杭効果は上部構造の地震時層間変位を低減させる場合が多いことは知られているが、杭に及ぼす影響を同時に明らかにした研究は少ない。本論文では、群杭効果は一般に杭頭曲げモーメントを増加させる傾向があり、杭の設計において十分な配慮が必要であることを明らかにしている。

第 3 章では、構造物 - 地盤連成系へ入力される地震エネルギーの不確定性解析法を提案している。本章では、構造物 - 地盤連成系を水平ばねと回転ばねおよびそれに対応するダッシュポットで支持された 1 質点モデルに置換している。構造物 - 地盤連成系（SSI システム）のように性質の異なる多数の部分構造を含む系に対して、全体構造や各部分構造への地震時入力エネルギーは、地震時要求性能を表す重要な指標と考えられる。構造物と SSI システム全体への地震入力エネルギーは、振動数領域のアプローチを利用することにより、構造特性と入力特性が分離された簡潔な形で得られる。本章では、地震入力エネルギーの不確定パラメータに関する高次までの感度が、振動数領域のアプローチを利用することにより、閉形表現で得られることを明らかにしている。正確な高次までの感度は、地盤剛性および減衰に関する不確定パラメータに対する入力エネルギーの変動を表現することを容易にし、また、最大入力エネルギーを導く最も望ましくない不確定パラメータの組合せを見つけることを容易にする。通常の時間領域での方法では、時間方向の数値積分などに起因する数値不安定の問題点が存在するのに対して、提案する振動数領域の方法では、感度の閉形表現によりこのような問題点が解消されている。

第 4 章では、杭基礎構造物に入力される地震エネルギーの不確定性解析を提案している。不確定パラメータとして地盤ヤング係数を取り上げ、構造物 - 杭系に入力される地震エネルギーの地盤ヤング係数に対する不確定性解析を行う。第 3 章で展開した水平および回転ばねと対応するダッシュポットで支持された構造物に対する不確定性解析を有効に利用し、杭基礎構造物を水平および回転ばねと対応するダッシュポットで支持された構造物に縮約することにより、第 3 章とほぼ同様の不確定性解析が実行可能となることを明らかにしている。特に、第 3 章のモデルとは異なり、水平・回転ばね、および対応するダッシュポット減衰係数の間には従属関係が存在するため、第 3 章の理論を直接援用することは困難である。本章では、この従属関係と群杭効果を考慮した上で、地盤特性が有する不確定性が地震入力エネルギーに及ぼす影響をパラメトリック解析などを用いずに的確に考慮することのできる解析法を開発している。

第 5 章では、慣性効果に加えて地盤強制変位による運動学的効果を考慮したもとの、杭基礎を有する建築骨組の上下部統合化設計の方法を提案している。具体的には、上部構造に要求される設計条件と、杭基礎に要求される設計条件を可能な限り検討し、施工コストまで簡易的に考慮した総コストを最小化する設計法を提案する。地盤強制変位による杭への効果は通常応答変位法

などを用いて評価されるが、本論文では、工学的基盤面で定義される設計用応答スペクトルに対するこの効果を、単一点入力応答スペクトル法を導入して効率的に評価する方法を展開している。この地盤強制変位による運動学的効果と慣性効果を加算することにより杭への入力効果を定義し、この入力効果とその他の荷重条件下での制約条件をすべて考慮した上で、建築骨組の部材サイズと杭の断面サイズを合理的かつ統合的に決定する方法を提案している。

第6章は結論であり、本研究で得られた成果をまとめている。

参考文献

地盤工学会 (1998) : 第2章 N 値を用いた設計法の信頼性, N 値と $c \cdot \phi$ の活用法, pp.21-42.

中村恒善, 竹脇 出, 島野幸弘 (1992) : 混合型逆定式化による建築骨組 - 杭 - 地盤連成系の地震時設計ひずみに対する剛性設計, 日本建築学会構造系論文報告集, No.440,43-56.

日本建築学会 (1996) : 入門・建物と地盤との動的相互作用.

日本建築学会 (2002) : 建築構造物の創造的数理設計手法の展望, 応用力学シリーズ 10.

吉富信太 (2004) : 実施可能性条件を取り入れた鋼構造骨組の最適設計, 京都大学工学博士論文

第2章

群杭効果を考慮した建築骨組 - 杭系の応答特性

2.1 序

建築構造物において杭基礎は、基盤面上の表層地盤がかなり軟らかい地域でしばしば用いられる。杭の耐震性に関する既往の研究や実務設計の殆どにおいて、群杭効果は明確に考慮されていない (Penzien et al. 1964; Gazetas et al. 1992; Takewaki 1999)、あるいは、単杭の剛性の杭本数倍に一般的な近似係数を乗じることにより群杭効果を考慮してきた。この方法は、いわゆる慣性の相互作用 (inertial interaction) の下で構造物 - 杭系を設計する場合は、妥当で実際的な設計を導くかもしれない。しかしながらこの方法が、いわゆる運動学的相互作用 (kinematic interaction) の下で、種々の杭間のパラメータが存在する構造物 - 杭系を設計する場合にも妥当であるかどうかは、明確でない。非常に軟らかい地盤では、慣性の相互作用と運動学的相互作用の両方が同時に考慮されなければならないため、これらの効果を群杭効果と共に評価するための、有効な手段が強く望まれている。

本章の目的は、慣性の相互作用と運動学的相互作用を同時に考慮した上で、構造物 - 杭 - 地盤系の剛性設計および耐震設計における有効な群杭効果の解析法を提案することである。実務設計では、膨大な計算量を含む厳密な解析法ではなく、所要の精度を確保した上で、しかも効率的な解析法を提案することが求められる。

本章では、構造物 - 杭 - 地盤系の動的挙動を適切に表現するために、動的 Winkler 型地盤要素と杭を含む有効な連続体モデルが用いられる (Gazetas and Dobry 1984; Dobry and Gazetas 1988; Kavvadas and Gazetas 1993; Nikolaou et al. 1993; Takewaki 2003)。群杭効果は、杭間の影響係数により考慮され、その影響係数は、慣性の相互作用の場合と運動学的相互作用の場合において別々に定義される。また、影響係数は、層間変位と杭頭曲げモーメントの両方に対して定義される。

文献 (田治見, 下村 1976) においては、影響係数は基礎版変位 (運動学的相互作用の場合) と杭頭せん断力 (慣性の相互作用の場合) に対して定義されていたが、層間変位や杭頭曲げモーメントに関しては表現されていない。つまり、群杭効果が上部構造と基礎構造にどのような影響を及ぼすかについての総合的な知見はこれまでにほとんど得られていない。本章では、群杭効果は構造物の層間変位を低減する一方で、杭頭曲げモーメントを増加する可能性があることが示される。すなわち、群杭効果を考慮しない設計は、上部構造に対しては安全側の設計であり、杭の設計に対しては危険側の設計であることを意味する (Takewaki and Kishida 2005)。

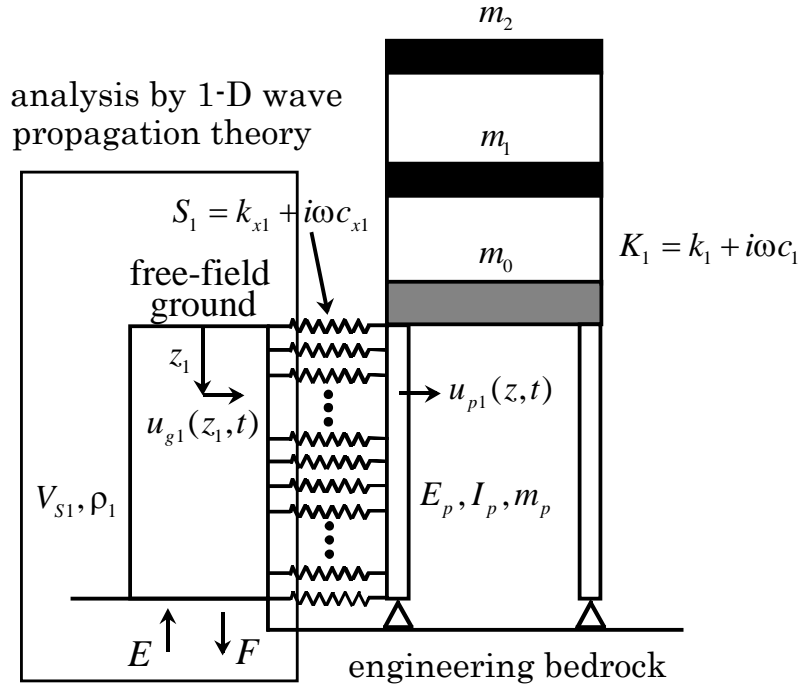


図 2.1 Winkler 型地盤要素を介した自由地盤により支持された構造物 - 杭系

2.2 構造物 - 杭 - 地盤系のモデル化

図 2.1 に示されるような構造物 - 杭 - 地盤系を考える。杭基礎は複数本の杭から成ると仮定する。 m_i と m_0 はそれぞれ上部構造第 i 層の質量および基礎版の質量を表すとする。上部構造第 i 層の層剛性および減衰係数はそれぞれ k_i と c_i で表される。上部構造第 i 層のインピーダンス（動的剛性）は $K_i = k_i + i\omega c_i$ で表され、 i は虚数単位、 ω は外乱の振動数である。ここでは、半無限一様基盤の上に、水平境界を有する層状地盤が存在すると仮定する。構造物 - 杭系は Winkler 型地盤（Gazetas and Dobry 1984; Dobry and Gazetas 1988; Kavvadas and Gazetas 1993; Nikolaou et al. 1993; Takewaki 2003）を介して自由地盤と繋がれている。杭は複数本存在するが、ここでは 1 本の杭に関する定式化を行い、構造物はせん断型モデルとする。杭頭は基礎梁に固定されている、すなわち杭頭の回転角は零とする。構造物のアスペクト比は、ロッキングの影響が無視できるほど小さいものとする。Winkler 型地盤要素の剛性は、（Gazetas and Dobry 1984; Dobry and Gazetas 1988）において提案されている杭頭固定に対する値を採用する。Winkler 型地盤要素の減衰係数は、水平方向への逸散減衰と線形履歴減衰（Gazetas and Dobry 1984; Dobry and Gazetas 1988; Kavvadas and Gazetas 1993; Takewaki 2003）を組み合わせたものとする。これは振動数に依存する減衰係数を導く。

地表面と接する地盤層を第 1 層の地盤層とし、地表面から下方に第 1 層地盤層内の座標 z_1 をとる。 L_1 は第 1 層地盤の厚さを表すものとし、 V_{s1}, ρ_1 はそれぞれ第 1 層地盤のせん断波速度と質量密度を表すものとする。今、表層地盤が 1 層から成る場合、基盤のせん断波速度と質量密度は、それぞれ V_{s2}, ρ_2 で表される。表層地盤と基盤の線形履歴減衰比を含む複素せん断波速度は、それ

それぞれ V_{s1}^*, V_{s2}^* で表される。 E_p, I_p, m_p はそれぞれ杭のヤング係数、断面 2 次モーメント、単位長さあたりの質量を表すものとする。表層地盤の Winkler 型地盤要素のインピーダンスは $S_1 = k_{x1} + i\omega c_{x1}$ で表され、 k_{x1} と c_{x1} はそれぞれ、表層地盤の Winkler 型地盤要素の剛性と減衰係数である。

2.3 単杭のインピーダンス（動的剛性）

単杭の杭頭に調和水平力 $P e^{i\omega t}$ が作用する場合を考える。杭の減衰は無視できるものと仮定する。また、基盤の半無限特性は、杭先端に取り付けられた粘性境界により表現されるものと仮定する。粘性境界の減衰係数は、 $C = \rho_2 V_{s2}$ である。

$u_{p1}(z_1, t)$ は、表層地盤内の杭の水平変位を表すものとする。表層地盤内の杭の運動方程式は、次式で表される。

$$E_p I_p \frac{\partial^4 u_{p1}}{\partial z_1^4} + m_p \frac{\partial^2 u_{p1}}{\partial t^2} + k_{x1} u_{p1} + c_{x1} \frac{\partial u_{p1}}{\partial t} = 0 \quad (2.1)$$

u_{p1} を次のように置く。

$$u_{p1}(z_1, t) = \hat{U}_{p1}(z_1) e^{i\omega t} \quad (2.2)$$

(2.2)式を(2.1)式に代入すると、次式が得られる。

$$(\partial^4 \hat{U}_{p1} / \partial z_1^4) - \lambda_1^4 \hat{U}_{p1} = 0 \quad (2.3)$$

ここで、

$$\lambda_1 = ((m_p \omega^2 - S_1) / E_p I_p)^{0.25} \quad (2.4)$$

(2.3)式の一般解は、次のように表される。

$$\hat{U}_{p1}(z_1) = D_1 e^{-\lambda_1 z_1} + D_2 e^{\lambda_1 z_1} + D_3 e^{-i\lambda_1 z_1} + D_4 e^{i\lambda_1 z_1} \quad (2.5)$$

よって、杭頭における水平変位の振幅は、次のように表現できる。

$$\hat{U}_{p1}(0) = D_1 + D_2 + D_3 + D_4 \quad (2.6)$$

後の操作を便利にするため、次のパラメーター D_i^* を導入する。

$$\hat{U}_{p1}(0) = (D_1^* + D_2^* + D_3^* + D_4^*)P \quad (2.7)$$

よって、単杭としてのインピーダンスは、次のように得られる。

$$k_x^{(1)} = P / \hat{U}_{p1}(0) = 1 / (D_1^* + D_2^* + D_3^* + D_4^*) \quad (2.8)$$

このインピーダンスは、次の境界条件から求められる。

- (1) 杭頭におけるせん断力と $Pe^{i\omega t}$ の釣合い
- (2) 杭頭で回転角が 0 である
- (3) 杭先端におけるせん断力と粘性境界における減衰力との釣合い
- (4) 杭先端における曲げモーメントが 0 である

これらの条件は、次のように表現される。

$$\begin{bmatrix} -\lambda_1 & \lambda_1 & -i\lambda_1 & i\lambda_1 \\ E_P I_P \lambda_1^3 & -E_P I_P \lambda_1^3 & -E_P I_P i\lambda_1^3 & E_P I_P i\lambda_1^3 \\ (E_P I_P \lambda_1^3 + Ci\omega)e^{-\lambda_1 L_1} & (-E_P I_P \lambda_1^3 + Ci\omega)e^{\lambda_1 L_1} & (-E_P I_P \lambda_1^3 + Ci\omega)e^{-i\lambda_1 L_1} & (E_P I_P \lambda_1^3 + Ci\omega)e^{i\lambda_1 L_1} \\ -E_P I_P \lambda_1^2 e^{-\lambda_1 L_1} & -E_P I_P \lambda_1^2 e^{\lambda_1 L_1} & E_P I_P \lambda_1^2 e^{-i\lambda_1 L_1} & E_P I_P \lambda_1^2 e^{i\lambda_1 L_1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -P \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

パラメター D_i^* は、 $P=1$ に対する(2.9)式の D_i として得られる。

2.4 他のモデルとの比較および地震時の観測データとの比較

2.4.1 他のモデルとの比較

本論文で提案する動的 Winkler 型地盤要素を用いたモデルの妥当性は、エネルギー伝達を考慮して境界処理された 3 次元有限要素モデルを用いた解析結果との比較、Green 関数を用いた詳細な解析結果との比較を通して明らかにされており、kinematic interaction および inertial interaction とともに良好な対応を示すことが報告されている (Gazetas and Dobry 1984; Kavvadas and Gazetas 1993; Makris and Gazetas 1992; Gazetas et al. 1993)。一例として、単杭のインピーダンスについて、文献 (土方ら 1994) (文献中の表 1 の BASE-CASE) に示されている薄層法の結果との比較を図 2.2 に示す。動的 Winkler 型地盤要素の剛性は振動数に依存しないが、杭頭インピーダンスの実部は振動数に依存するものとなる。

また、基盤面入力に対する妥当性の検証もされている。図 2.3 は多点入力連続体モデルによる杭曲げモーメントおよび杭せん断力の伝達関数と単一点入力有限要素モデル (図 2.6) による伝達関数の比較を表す。これにより、本論文で提案するモデルは基盤面入力に対しても適用可能であることが分かる。図 2.4 は応答スペクトル法による杭曲げモーメントおよび杭せん断力の最大値を表す。これにより、杭曲げモーメントと杭せん断力の最大値は対応する伝達関数とよく似た傾

向を持つことが分かる。

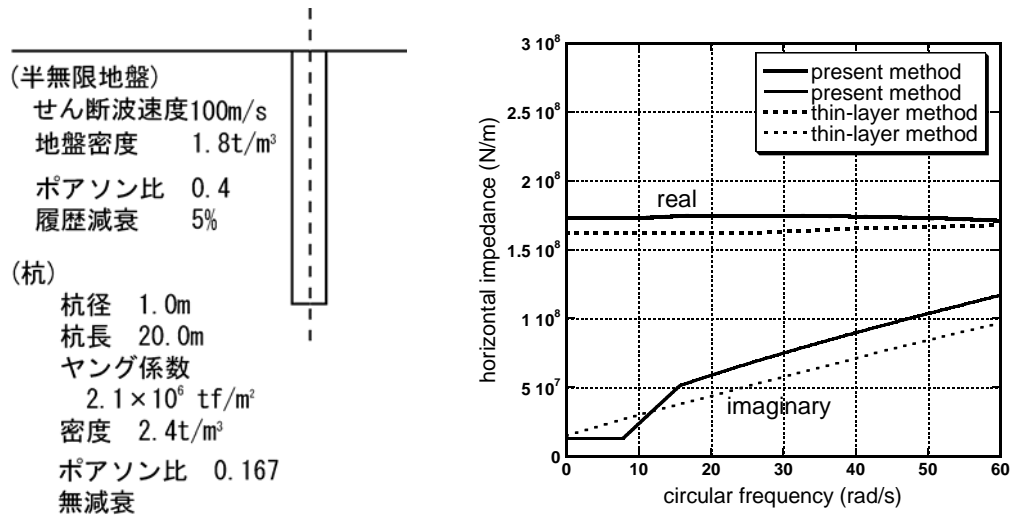
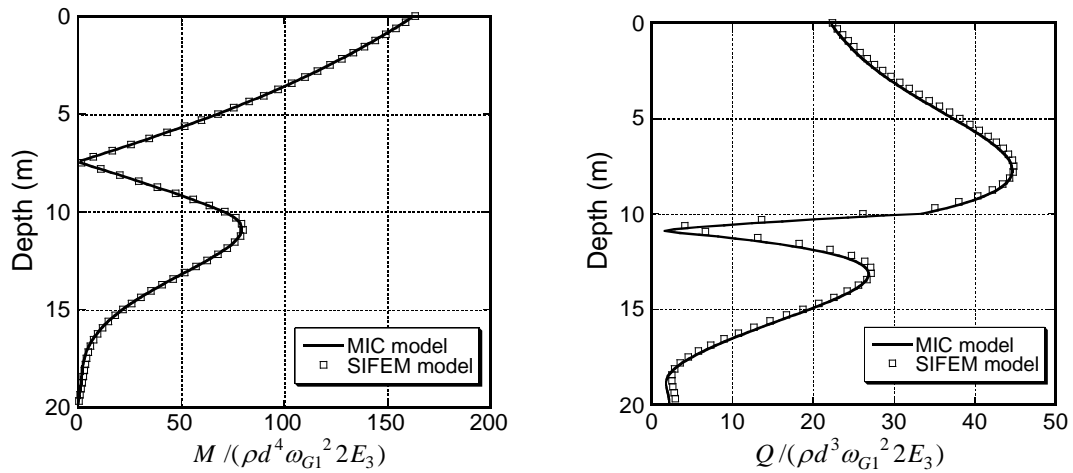


図 2.2 単杭のインピーダンス（薄層法との比較）



(a) 杭曲げモーメントの伝達関数

(b) 杭せん断力の伝達関数

図 2.3 多点入力連続体モデルによる伝達関数振幅と単一点入力有限要素モデルによる伝達関数振幅の比較

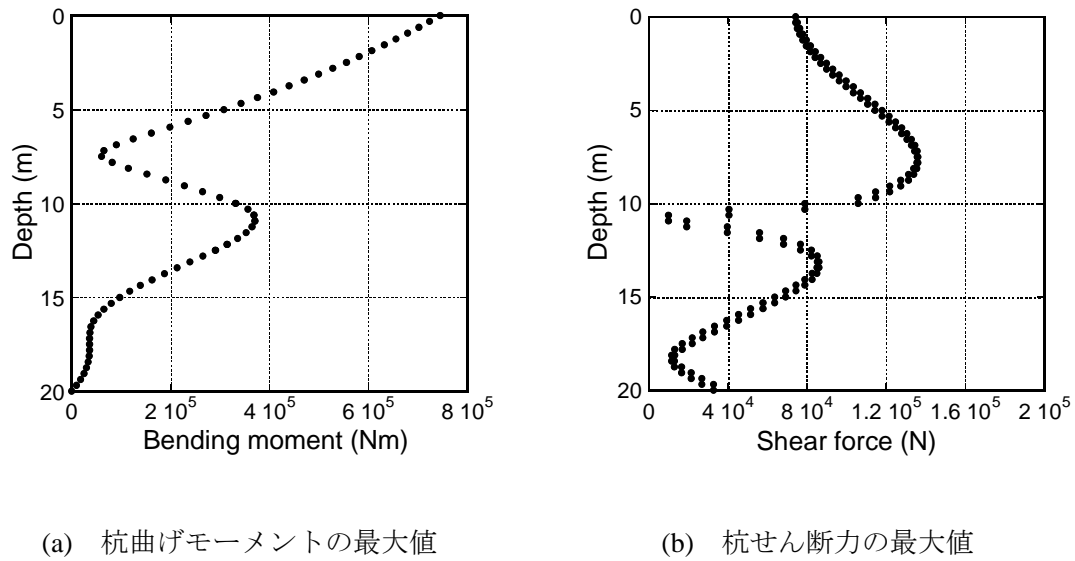


図 2.4 単一点入力有限要素モデルによる杭曲げモーメント及び杭せん断力の最大値

2.4.2 地震時の観測データとの比較

本論文で提案する Winkler 型地盤要素モデルの妥当性を調べるために、実際の杭基礎構造物に対する解析モデルを構築した (Nikolaou et al. 1993; Takewaki 2003)。対象とする建物は、横浜市に存在する図 2.5 に示されるような、長さ 30m、直径 1.7m の場所打ちコンクリート杭 20 本で支持された 12 層鉄骨造建物である。杭の曲げひずみの最大応答を比較するために、図 2.6 に示されるような有限要素モデル (Takewaki 1999, 2003) が用いられる。この有限要素モデルは、本論文で提案する Winkler 型地盤要素を含んでおり、異なる点は、自由地盤と杭に対する変位関数である。自由地盤と杭の変位関数は、それぞれ 1 次関数、3 次関数とする。図 2.7(a) は本敷地地盤のせん断波速度分布を示す。図 2.7(b) は、1992 年の地震時に観測された杭の曲げひずみ (6 箇所) と、本論文で提案する Winkler 型地盤要素モデルを含む解析モデルで計算された杭の最大曲げひずみの分布を比較したものである。杭頭付近ではよく合致しており、これは本論文で提案する Winkler 型地盤要素を有する連続体モデルの妥当性を実証している。この曲げひずみは、上部構造の慣性力による効果 (inertial 効果) と地盤強制変位による運動学的効果 (kinematic 効果) の両方を含んでいる。この場合、inertial 効果と kinematic 効果はほぼ同程度寄与していることが解析モデルにより確認される。これは、図 2.7(c) に示される。また、この場合、群杭効果はかなり小さいといえる。

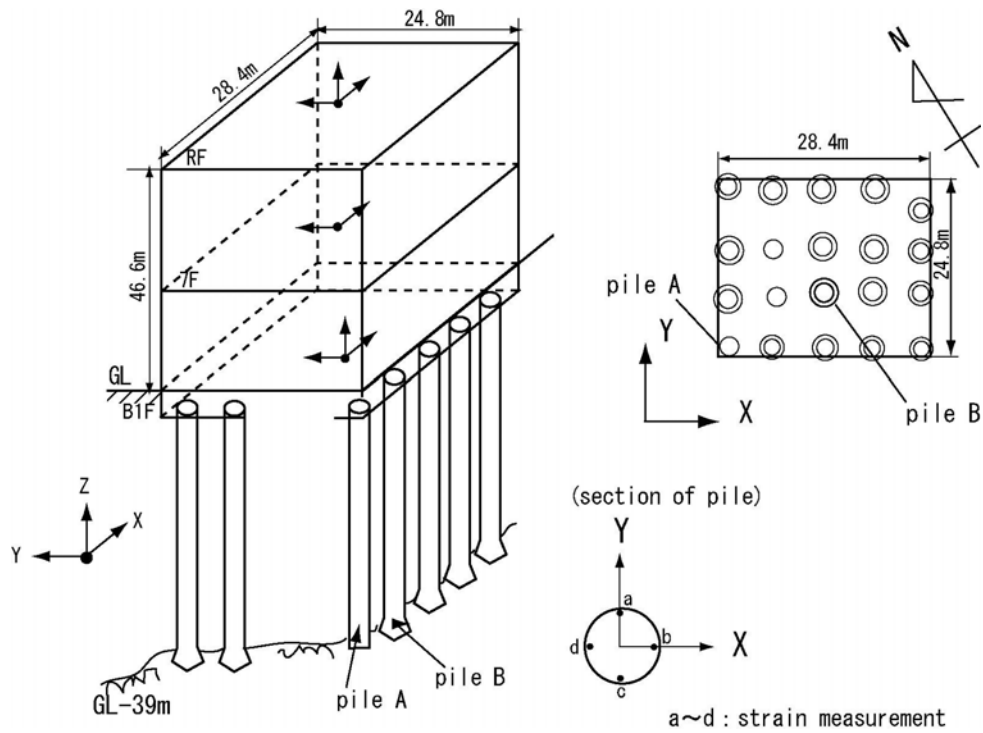


図 2.5 横浜市に在る 20 本の杭で支持された 12 層鉄骨構造建築物

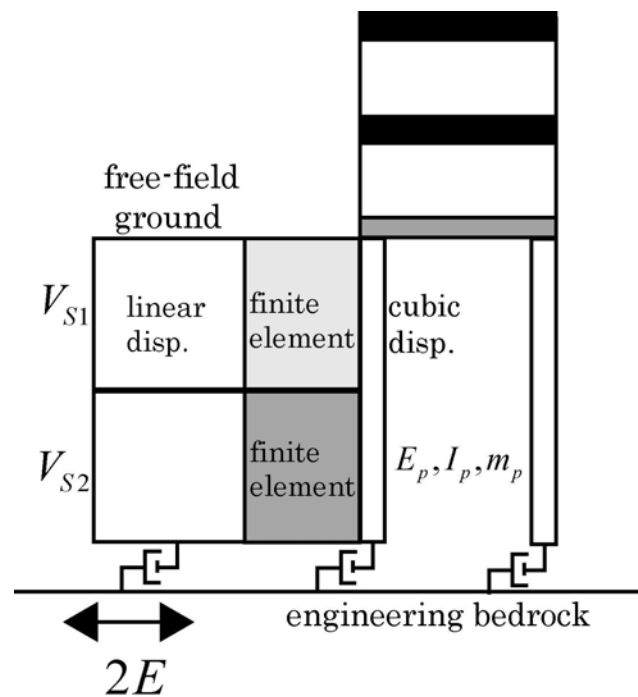


図 2.6 構造物 - 杭 - 地盤系に対する有限要素モデル

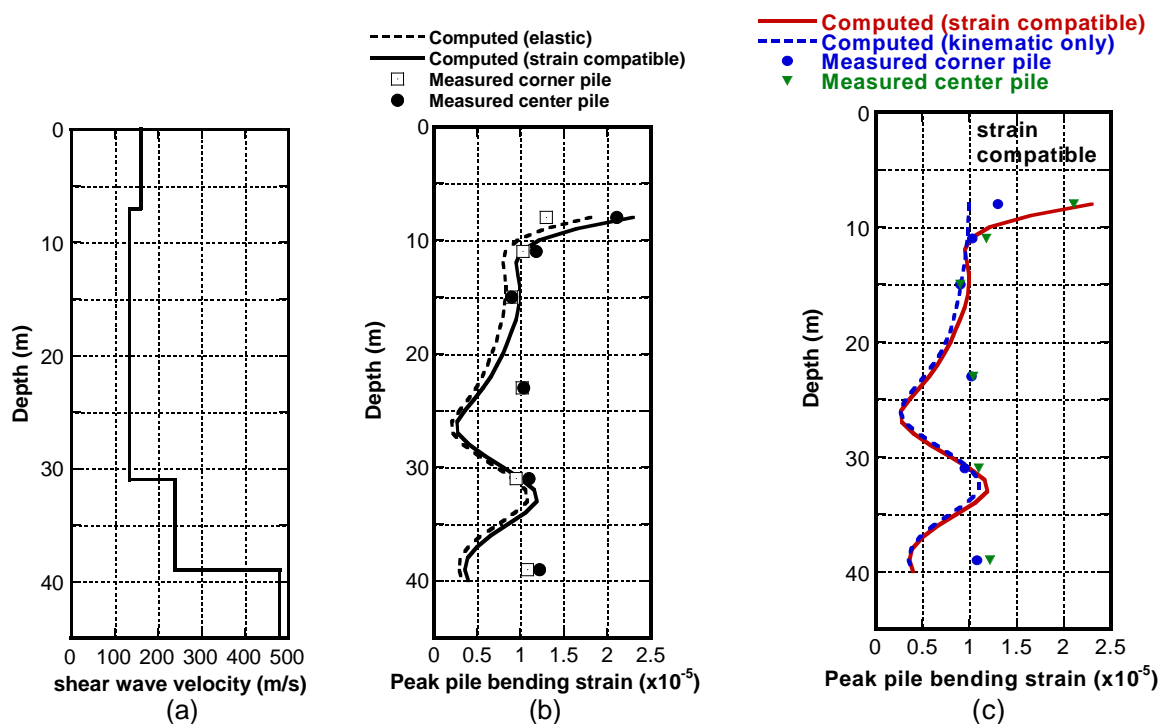


図 2.7 (a) 地盤のせん断波速度分布, (b) 提案された Winkler 型地盤要素を含む解析モデルにより計算された杭の曲げひずみの最大値と 1992 年の地震観測結果との比較, (c) 杭の曲げひずみの最大値における動的相互作用の効果

2.5 群杭効果の影響係数

2.5.1 杭頭における調和入力（慣性応答）問題

表現を簡単にするため、4 本の杭、すなわち、杭 1,2,3,4 を考える。この節では、一例として杭 2 に及ぼす杭 1 の影響係数を説明する。その他の場合も、同様に扱われる。慣性力による杭 1 の杭頭水平変位に対する、杭 1 の杭頭に作用する慣性力に起因する杭 2 の付加的な杭頭水平変位の比は、文献 (Makris and Gazetas 1992) より次のように得られる。

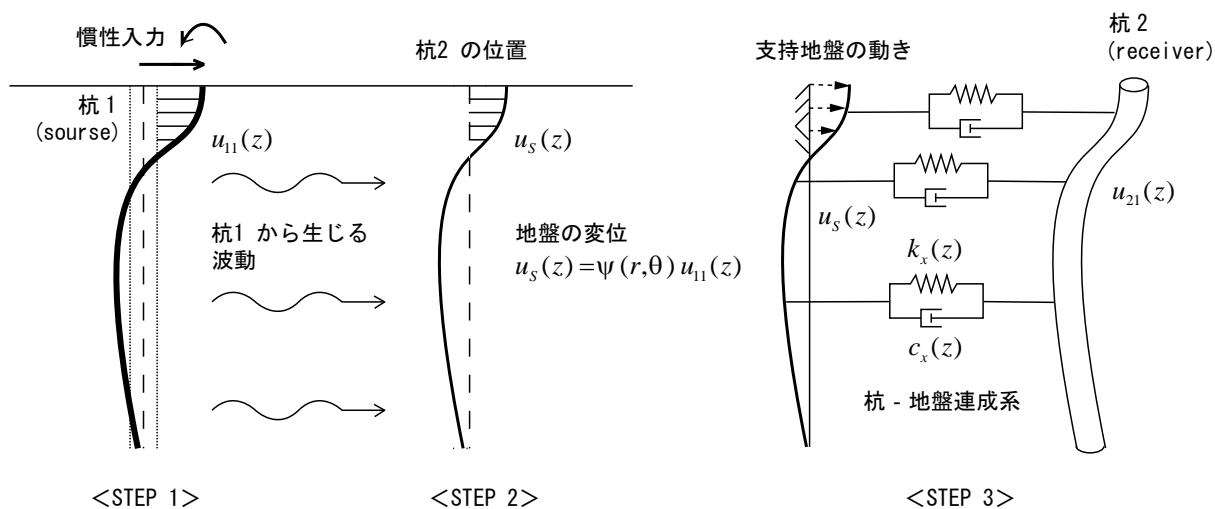


図 2.8 慣性入力（上部構造から伝達される力）に対する問題

図 2.8 のように、弾性の杭が杭頭に水平入力を受ける時、杭の挙動は、上部のいわゆる「有限長さ」に限定される。従って、杭の長さを半無限と捉えてもほとんど誤差なく近似できるため、杭の長さを半無限と仮定し、杭は線形弾性とする。

E_s, E_p : 地盤及び杭の弾性係数

ρ_s, ρ_p : 地盤及び杭の密度

A_p : 杭の断面積

d : 杭の断面の直径

I_p : 杭の断面 2 次モーメント

V_s : 自由地盤のせん断波伝達速度

β_s : 自由地盤の履歴減衰比

$m_p = \rho_p A_p$: 杭の単位長さにおける質量

文献 (Gazetas and Dobry 1984; Dobry and Gazetas 1988; Kavvadas and Gazetas 1993; Takewaki 2003; Makris and Gazetas 1992) に従って、表層地盤の Winkler 型地盤要素の剛性と減衰係数は、次のように計算される。

$$k_x \approx 1.2 E_s \quad (2.10a)$$

$$c_x \approx 6a_0^{-0.25} \rho_s V_s d + 2\beta_s \frac{k_x}{\omega} \quad \left(a_0 = \frac{\omega d}{V_s} \right) \quad (2.10b)$$

表層地盤を示す添え字 1 は、簡単のため省略される。Winkler 型地盤要素の減衰比は、図 2.9 で示されるように、履歴減衰比と逸散減衰比の組合せである。

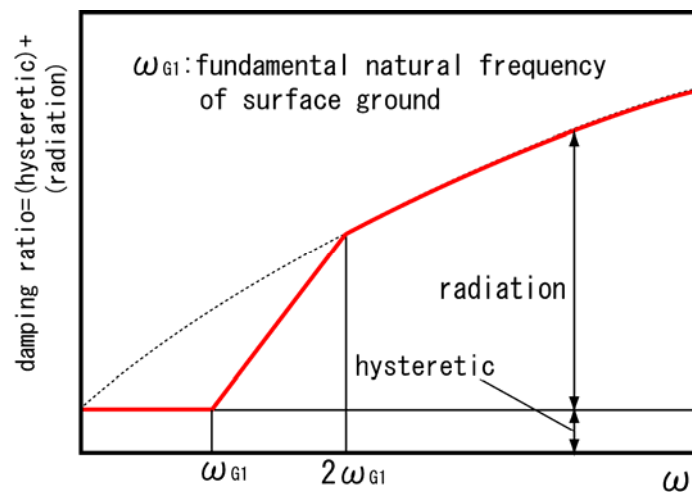


図 2.9 Winkler 型地盤要素の減衰比：履歴減衰と逸散減衰の組み合わせ

<step1－単杭のたわみ>

図 2.8 において、杭のたわみを調和運動 $u_{11}(z) = U_{11}(z)e^{i\omega t}$ で表すとする、その支配微分方程式は、

$$E_p I_p \frac{d^4 U_{11}(z)}{dz^4} + (k_x + i\omega c_x - m\omega^2) U_{11}(z) = 0 \quad (2.11)$$

全ての項が $U_{11}(z)$ の関数である(2.11)式を同次常微分方程式という。(2.11)式にラプラス変換を適用する。

ラプラス変換において、次の性質がある。

$$L[f'(x)] = sL[f(x)] - f(0) \quad (2.12)$$

これを用いて(2.11)式のラプラス変換は、

$$E_p I_p \left[s^4 L\{U_{11}(z)\} - s^3 \{U_{11}(0)\} - s^2 \{U_{11}'(0)\} - s \{U_{11}''(0)\} - U_{11}'''(0) \right] + (k_x + i\omega c_x - m\omega^2) L\{U_{11}(z)\} = 0 \quad (2.13)$$

これより、

$$L\{U_{11}(z)\} = \frac{1}{s^4 + 4\lambda^4} U_{11}'''(0) + \frac{s}{s^4 + 4\lambda^4} U_{11}''(0) + \frac{s^2}{s^4 + 4\lambda^4} U_{11}'(0) + \frac{s^3}{s^4 + 4\lambda^4} U_{11}(0) \quad (2.14)$$

が得られる。

$$(\because \lambda = \left\{ \frac{k_x + i\omega c_x - m\omega^2}{4E_p I_p} \right\}^{\frac{1}{4}}, U_{11}'(z) = \frac{dU_{11}}{dz})$$

ここで境界条件は、[a] 杭頭において、回転角零 $\rightarrow U_{11}'(0) = 0$

[b] 杭先端において、たわみ零 $\rightarrow U_{11}(\infty) = 0$

まず境界条件[a] ($U_{11}'(0) = 0$) より(2.14)式は、

$$L\{U_{11}(z)\} = \frac{1}{s^4 + 4\lambda^4} U_{11}'''(0) + \frac{s}{s^4 + 4\lambda^4} U_{11}''(0) + \frac{s^3}{s^4 + 4\lambda^4} U_{11}(0) \quad (2.15a)$$

更に部分分数分解をして、

$$\begin{aligned}
L\{U_{11}(z)\} = & -\frac{1}{8\lambda^3}U_{11}'''(0)\left\{\frac{(s-\lambda)-\lambda}{(s-\lambda)^2+\lambda^2}-\frac{(s+\lambda)+\lambda}{(s+\lambda)^2+\lambda^2}\right\} + \frac{1}{4\lambda^2}U_{11}''(0)\left\{\frac{\lambda}{(s-\lambda)^2+\lambda^2}-\frac{\lambda}{(s+\lambda)^2+\lambda^2}\right\} \\
& + \frac{1}{2}U_{11}(0)\left\{\frac{s-\lambda}{(s-\lambda)^2+\lambda^2}-\frac{s+\lambda}{(s+\lambda)^2+\lambda^2}\right\}
\end{aligned}
\tag{2.15b}$$

ラプラス逆変換を実行すると、

$$\begin{aligned}
U_{11}(z) = & \left\{-\frac{1}{8\lambda^3}U_{11}'''(0) + \frac{1}{2}U_{11}(0)\right\}e^{\lambda z}\cos\lambda z + \left\{\frac{1}{8\lambda^3}U_{11}'''(0) + \frac{1}{4\lambda^2}U_{11}''(0)\right\}e^{\lambda z}\sin\lambda z \\
& + \left\{\frac{1}{8\lambda^3}U_{11}'''(0) + \frac{1}{2}U_{11}(0)\right\}e^{-\lambda z}\cos\lambda z + \left\{\frac{1}{8\lambda^3}U_{11}'''(0) - \frac{1}{4\lambda^2}U_{11}''(0)\right\}e^{-\lambda z}\sin\lambda z
\end{aligned}
\tag{2.16}$$

ここで、境界条件[b]（ $z \rightarrow \infty$ とすると $U_{11} \rightarrow 0$ ）より、

$$-\frac{1}{8\lambda^3}U_{11}'''(0) + \frac{1}{2}U_{11}(0) = 0
\tag{2.17a}$$

$$\frac{1}{8\lambda^3}U_{11}'''(0) + \frac{1}{4\lambda^2}U_{11}''(0) = 0
\tag{2.17b}$$

従って、 $U_{11}(0) = U_0$ とおくと、

$$U_{11}(z) = U_0 e^{-\lambda z} (\cos\lambda z + \sin\lambda z)
\tag{2.18}$$

<step2－単杭から放出される地盤振動の減衰>

単杭から発せられる振動波は、あらゆる方向へ進行し、地表において反射をする。しかし、これを 3 次元問題として扱い、詳細な解法を用いると、その解析は容易ではない。従って、ある程度の近似化を図ることが必要である。ここでは、その有用性が示されている 2 次元問題として扱い、図 2.10 のようなモデルを考える。図 2.10(a)のように、ある方向に杭が変位する時、図 2.10(b)のような変位方向に垂直な 2 つの 1/4 平面において、せん断波（速度 V_s ）が生じ、変位方向の 2 つの 1/4 平面に疎密波（速度 $V_{La} = \{3.4/\pi(1-\nu)\}V_s$ ）が生じると仮定する（ ν はポアソン比）。以下この仮定に基づく考察を展開する。

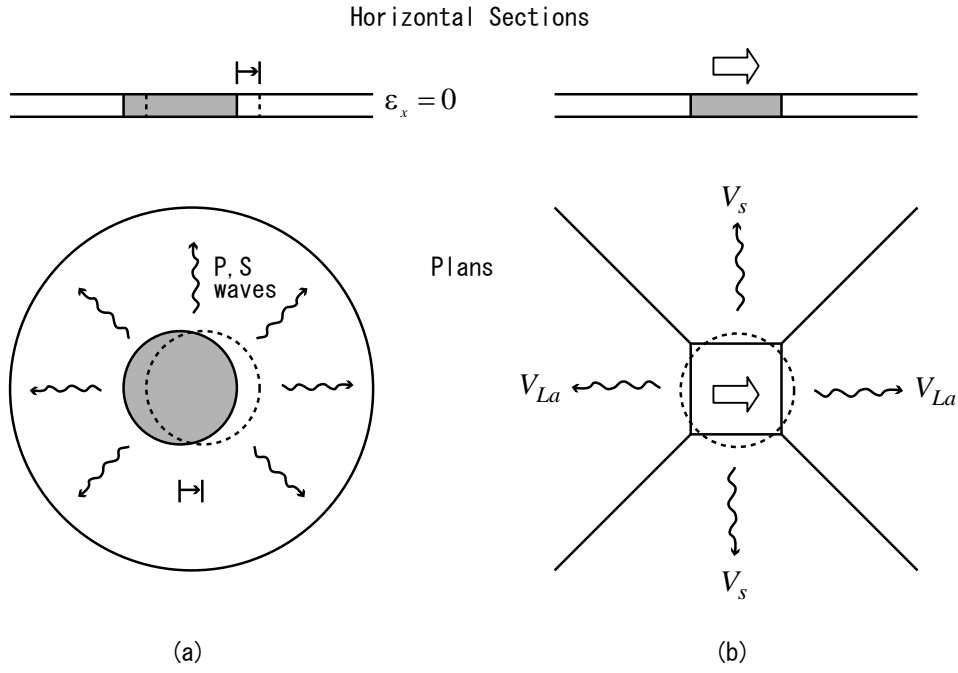


図 2.10 2次元波動伝播モデルの概念図

地盤の変位を、2つのパラメータ r （単杭からの距離）、 θ （振動方向に対してなす角）を用いて考察すると、

$$u_s(r, \theta, z) = U_s e^{i\omega t} = \psi(r, \theta) u_{11}(z) \quad (2.19)$$

($\because \psi(r, \theta)$ は位置による振幅比、 $u_{11}(z)$ は(2.18)式)

今、 $a = \sqrt{\psi(r, 0)}$, $b = \sqrt{\psi(r, \frac{\pi}{2})}$ とおき、点 $A(r \cos \theta, r \sin \theta)$ の振幅を考える。

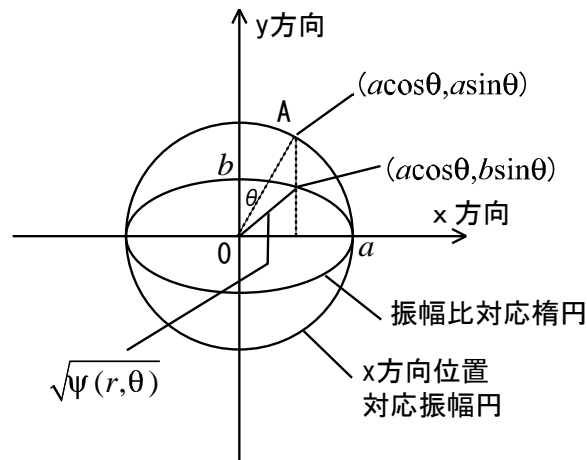


図 2.11 振幅比対応楕円

図 2.11 の x 方向位置対応振幅円では、振幅がどの方向においても同じ割合で減衰することを仮定しており、その結果として、 r が等しければ振幅も等しいとして描いた円を表す。

図 2.11 を考え、振幅比対応楕円から、

$$\psi(r, \theta) = a^2 \cos^2 \theta + b^2 \sin^2 \theta \quad (2.20)$$

よって

$$\psi(r, \theta) \approx \psi(r, 0) \cos^2 \theta + \psi(r, \frac{\pi}{2}) \sin^2 \theta \quad (2.21)$$

の近似式を得る。また $\psi(r, 0)$, $\psi(r, \frac{\pi}{2})$ については次式を用いる。

$$\psi(r, 0) = \frac{\sqrt{r_0}}{\sqrt{r}} \exp\left(\frac{-\beta\omega(r-r_0)}{V_{La}}\right) \exp\left(\frac{-i\omega(r-r_0)}{V_{La}}\right) \quad (2.22a)$$

$$\psi(r, \frac{\pi}{2}) = \frac{\sqrt{r_0}}{\sqrt{r}} \exp\left(\frac{-\beta\omega(r-r_0)}{V_s}\right) \exp\left(\frac{-i\omega(r-r_0)}{V_s}\right) \quad (2.22b)$$

($\because r_0$ は単杭の半径 $= d/2$)

(2.22a,b)において、係数 $1/\sqrt{r}$ は、幾何学的（放射状）に波動が広がることからくる振幅の減衰を示し、一方で $\exp(-\beta\omega r/V)$ は、地盤における履歴減衰を表す。また、 $\exp(-i\omega r/V)$ は、 $\theta = 0$ において V_{La} 、 $\theta = \pi/2$ において V_s の放射状に伝達する波であることを示している。

<step3ー到達波による杭間の相互作用>

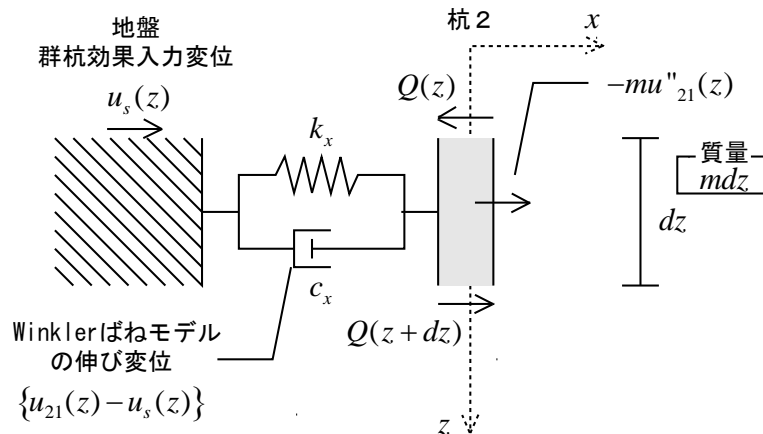


図 2.12 地盤から杭 2 (receiver) へ入力する振動波

地盤から入力を受ける別の杭 2 を考える。すなわち、step2 において導出された地盤変位(2.19)式を用い、杭 2 への効果を考える。杭 2 に入力を及ぼす地盤自身も $u_s(r, \theta, z)$ だけ変位しているため、杭 2 の変位を $u_{21}(z) = U_{21}(z)e^{i\omega t}$ とすると、Winkle 型地盤要素の地盤－杭相互作用による変位は、 $\{u_{21}(z) - u_s(z)\}$ となる (図 2.12)。従って、支配微分方程式は以下ようになる。

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{Q(z+dz) - Q(z)}{dz} - m \frac{d^2 u_{21}(z)}{dt^2} - k_x \{u_{21}(z) - u_s(z)\} - c_x \frac{d\{u_{21}(z) - u_s(z)\}}{dt} = 0 \quad (2.23)$$

よって、

$$-E_p I_p \frac{d^4 U_{21}(z)}{dz^4} + (m\omega^2 - k_x - i\omega c_x) U_{21}(z) = -(k_x + i\omega c_x) U_s(z) \quad (2.24)$$

ここで(2.18)(2.19)式より、 $u_s(z) = \psi(r, \theta) U_{11}(z) e^{i\omega t} = \psi(r, \theta) U_0 e^{-\lambda z} (\cos \lambda z + \sin \lambda z) e^{i\omega t}$ であるから、

$$E_p I_p \frac{d^4 U_{21}(z)}{dz^4} + (k_x + i\omega c_x - m\omega^2) U_{21}(z) = (k_x + i\omega c_x) \psi(r, \theta) U_0 e^{-\lambda z} (\cos \lambda z + \sin \lambda z) \quad (2.25)$$

$U_{21}(z)$ の関数以外の項 (右辺) が含まれる(2.25)式を、非同次微分方程式という。(2.25)式にラプラス変換を適用すると、

$$\begin{aligned} L\{U_{21}(z)\} = & \frac{1}{s^4 + 4\lambda^4} U_{21}'''(0) + \frac{s}{s^4 + 4\lambda^4} U_{21}''(0) + \frac{s^2}{s^4 + 4\lambda^4} U_{21}'(0) + \frac{s^3}{s^4 + 4\lambda^4} U_{21}(0) \\ & + \frac{k_x + i\omega c_x}{k_x + i\omega c_x - m\omega^2} 4\lambda^4 \psi(r, \theta) U_0 \frac{s + 2\lambda}{(s^4 + 4\lambda^4) \{(s + \lambda)^2 + \lambda^2\}} \end{aligned} \quad (2.26)$$

境界条件は、step1 と同様に、[a] 杭頭において、回転角零 $U_{21}'(0) = 0$

[b] 杭先端において、たわみ零 $U_{21}(\infty) = 0$

$H = \frac{k_x + i\omega c_x}{k_x + i\omega c_x - m\omega^2}$ とおいて、境界条件[a]より(2.26)式は、

$$\begin{aligned} L\{U_{21}(z)\} = & \frac{1}{s^4 + 4\lambda^4} U_{21}'''(0) + \frac{s}{s^4 + 4\lambda^4} U_{21}''(0) + \frac{s^3}{s^4 + 4\lambda^4} U_{21}(0) \\ & + 4\psi(r, \theta) U_0 H \left[\frac{\lambda^4 (s + 2\lambda)}{(s^4 + 4\lambda^4) \{(s + \lambda)^2 + \lambda^2\}} \right] \end{aligned} \quad (2.27)$$

ここで、(2.27)式の最後の項を部分分数分解すると、以下ようになる。

$$\begin{aligned}
& 4\psi(r, \theta)U_0H \left[\frac{\lambda^4(s+2\lambda)}{(s^4+4\lambda^4)\{(s+\lambda)^2+\lambda^2\}} \right] \\
& = \psi(r, \theta)U_0H \left[+\lambda^2 - \frac{3}{8} \left\{ \frac{s-\lambda}{(s-\lambda)^2+\lambda^2} - \left(\frac{1}{3} \right) \frac{\lambda}{(s-\lambda)^2+\lambda^2} \right\} \right. \\
& \quad \left. + \frac{3}{8} \left\{ \frac{s+\lambda}{(s+\lambda)^2+\lambda^2} - \left(\frac{5}{3} \right) \frac{\lambda}{(s+\lambda)^2+\lambda^2} \right\} \left\{ \frac{s+\lambda}{\{(s+\lambda)^2+\lambda^2\}^2} \right\} \right]
\end{aligned} \tag{2.28}$$

ラプラス逆変換を実行すると、

$$\begin{aligned}
U_{21}(z) = & \left\{ -\frac{1}{8\lambda^3}U_{21}'''(0) + \frac{1}{2}U_{21}(0) \right\} e^{\lambda z} \cos \lambda z + \left\{ \frac{1}{8\lambda^3}U_{21}'''(0) + \frac{1}{4\lambda^2}U_{21}''(0) \right\} e^{\lambda z} \sin \lambda z \\
& + \left\{ \frac{1}{8\lambda^3}U_{21}'''(0) + \frac{1}{2}U_{21}(0) \right\} e^{-\lambda z} \cos \lambda z + \left\{ \frac{1}{8\lambda^3}U_{21}'''(0) - \frac{1}{4\lambda^2}U_{21}''(0) \right\} e^{-\lambda z} \sin \lambda z \\
& + \psi(r, \theta)U_0H \left[-\frac{3}{8} \left\{ e^{\lambda z} \cos \lambda z - \frac{1}{3}e^{\lambda z} \sin \lambda z \right\} \right. \\
& \quad \left. + \frac{3}{8} \left\{ e^{-\lambda z} \cos \lambda z + \frac{5}{3}e^{-\lambda z} \sin \lambda z \right\} + \lambda^2 \left\{ \frac{1}{2\lambda}ze^{-\lambda z} \sin \lambda z \right\} \right]
\end{aligned} \tag{2.29}$$

$$\begin{aligned}
\therefore U_{21}(z) = & \left\{ -\frac{1}{8\lambda^3}U_{21}'''(0) + \frac{1}{2}U_{21}(0) - \frac{3}{8}H\psi U_0 \right\} e^{\lambda z} \cos \lambda z \\
& + \left\{ \frac{1}{8\lambda^3}U_{21}'''(0) + \frac{1}{4\lambda^2}U_{21}''(0) + \frac{1}{8}H\psi U_0 \right\} e^{\lambda z} \sin \lambda z \\
& + \left\{ \frac{1}{8\lambda^3}U_{21}'''(0) + \frac{1}{2}U_{21}(0) + \frac{3}{8}H\psi U_0 \right\} e^{-\lambda z} \cos \lambda z \\
& + \left\{ \frac{1}{8\lambda^3}U_{21}'''(0) - \frac{1}{4\lambda^2}U_{21}''(0) + \frac{\lambda}{2}H\psi U_0 z + \frac{5}{8}H\psi U_0 \right\} e^{-\lambda z} \sin \lambda z
\end{aligned} \tag{2.30}$$

ここで、境界条件[b]（ $z \rightarrow \infty$ とすると $U_{21} \rightarrow 0$ ）より、

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{8\lambda^3}U_{21}'''(0) + \frac{1}{2}U_{21}(0) - \frac{3}{8}H\psi U_0 = 0 \\
& \frac{1}{8\lambda^3}U_{21}'''(0) + \frac{1}{4\lambda^2}U_{21}''(0) + \frac{1}{8}H\psi U_0 = 0
\end{aligned} \tag{2.31a,b}$$

$$\begin{aligned}
U_{21}''(0) & = -2\lambda^2 U_{21}(0) + \lambda^2 H\psi U_0 \\
U_{21}'''(0) & = 4\lambda^3 U_{21}(0) - 3\lambda^3 H\psi U_0
\end{aligned} \tag{2.32a,b}$$

この条件を(2.30)式に代入すると、

$$U_{21}(z) = \underbrace{U_{21}(0)e^{-\lambda z}(\cos \lambda z + \sin \lambda z)}_{\text{同次式の解}} + \underbrace{\frac{\lambda}{2}H\psi(r, \theta)U_0ze^{-\lambda z}\sin \lambda z}_{\text{特解}} \quad (2.33)$$

更に、step1 の境界条件とは別に、杭 2 の杭頭においてせん断力は零であるから、 $U_{21}'''(0) = 0$ がいえる。ここで、

$$U_{21}'''(z) = H\psi U_0 \lambda^3 z e^{-\lambda z} \sin \lambda z + \left(4\lambda^3 U_{21}(0) - 3H\psi U_0 \lambda^3 + H\psi U_0 \lambda^4 z\right) e^{-\lambda z} \cos \lambda z \quad (2.34)$$

(2.34)式と $U_{21}'''(0) = 0$ より、

$$U_{21}(0) = \frac{3}{4}H\psi U_0 \quad (2.35)$$

よってこの条件を加えて、(2.33)式は以下ようになる。

$$U_{21}(z) = \frac{3}{4}\psi \frac{k_x + i\omega c_x}{k_x + i\omega c_x - m\omega^2} U_0 e^{-\lambda z} \left(\cos \lambda z + \sin \lambda z + \frac{2}{3}\lambda z \sin \lambda z \right) \quad (2.36)$$

ここで有用な群杭効果の表現として、動的相互作用係数を考える。すなわち、

$$\alpha_{21} = \frac{\text{杭 1 に起因する杭 2 の付加的杭頭変位 (群杭効果による杭 2 の杭頭変位)}}{\text{杭 1 の杭頭変位}}$$

従って、

$$\alpha_{21} = \frac{3}{4}\psi(r, \theta) \frac{k_x + i\omega c_x}{k_x + i\omega c_x - m\omega^2} \quad (2.37)$$

α_{21} は群杭効果の水平応答を解析する際に用いる重要な杭頭間の関係比である。

文献 (Makris and Gazetas 1992) の方法の妥当性は、著者らにより、文献 (Kaynia and Kausel 1982) の厳密なモデルによる結果と比較することにより証明されている。これは、後の 2.6.1 節で示される。

2.5.2 垂直 S 波による調和入力（強制変位）問題

2.5.1 節のように、一例として、杭 2 に及ぼす杭 1 の影響係数を説明する。その他の場合も同様に扱われる。動的入力による杭 1 の杭頭水平変位に対する、杭 1 に作用する動的入力に起因する杭 2 の付加的な杭頭水平変位の比は、文献 (Makris and Gazetas 1992) より次のように得られる。

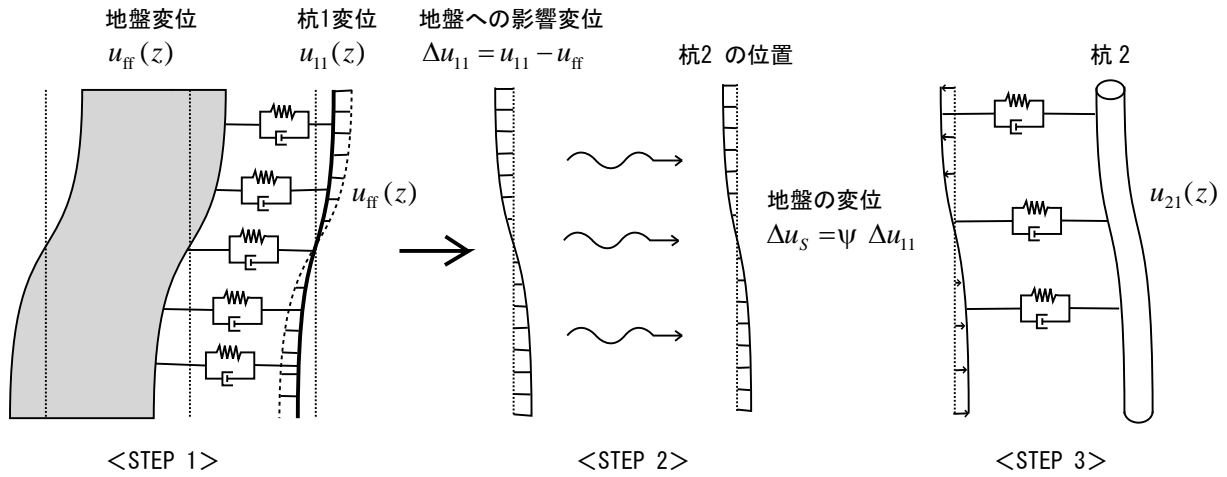


図 2.13 動的作用（強制変位）に対する問題

図 2.13 のように、杭 1 の周辺の地盤に下から垂直に S 波（横波）が入射するモデルを考える。このようなモデルを考える時、杭はその全長全体にわたってたわみがおこる。従って、2.5.1 節では全長を半無限としていたものを有限なものとして置き換えなければならない。杭の全長を L とすると、ここでは杭先端が $z = L$ の面とピン固定関係にあり、杭先端の変位が $z = L$ の面の変位と一致する場合を考える。杭の性質は 2.5.1 節と同じであり、地盤 - 杭関係において Winkler 型地盤要素を用いることも同様である。

<step1－単杭のたわみ>

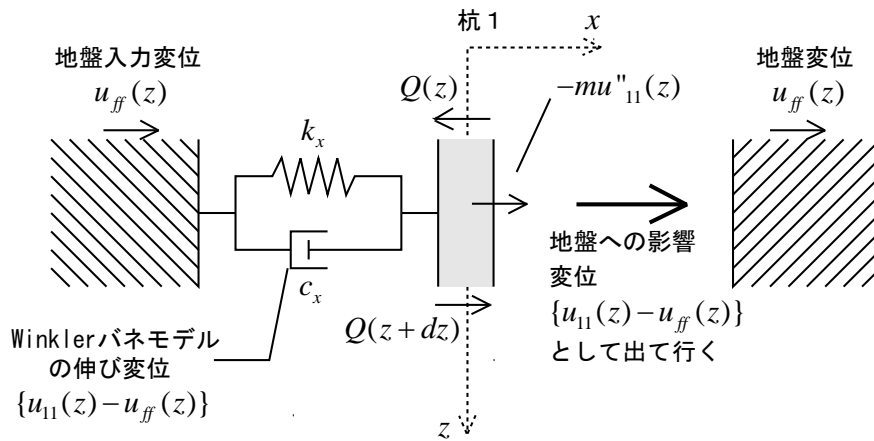


図 2.14 杭 1 (source) に入力される強制変位

2.5.1 節と異なる点は、基本的に、この step1 における入力に杭頭における慣性力ではなく、 $z = L$ の面に強制振動入力 $u_g = U_g e^{i\omega t}$ を与え、それが地盤を垂直に伝わり、Winkler 型地盤要素を介して、杭 1 に入力されるという点においてのみである（図 2.14）。 u_g により基盤面から垂直に伝わる波を $u_{ff}(z) = U_{ff}(z) e^{i\omega t}$ とすると、その支配微分方程式は、以下のようになる。

$$E_p I_p \frac{d^4 \bar{U}_{11}(z)}{dz^4} - m_p \omega^2 \bar{U}_{11}(z) + (k_x + i\omega c_x) (\bar{U}_{11}(z) - U_{ff}(z)) = 0 \quad (2.38)$$

(\because 現象としては、2.5.1 節 Step3 と同様)

ここで、 $U_{ff}(z)$ は、自由地盤境界条件（地表においてせん断力が零であり、 $z=L$ の面において $U_{ff}(L)$ は U_g に等しい。）を用い、1次元波動理論から決定される。

線形履歴地盤であると仮定しているので、自由地盤の水平変位 $u_{ff}(z)$ は、以下のように求められる。 $V_s^* = V_s \sqrt{1+2i\beta}$ （複素せん断波速度）とする。

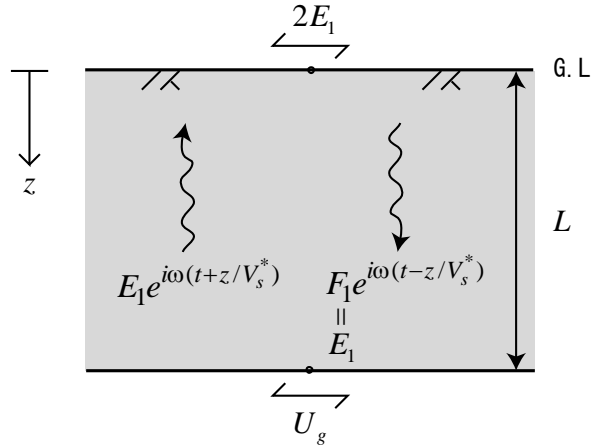


図 2.15 1次元波動理論

$$\begin{aligned} u_{ff}(z) &= \hat{E}_1(z) e^{i\omega t} \\ &= E_1 e^{i\omega(t+z/V_s^*)} + E_1 e^{i\omega(t-z/V_s^*)} \\ &= (e^{i\omega z/V_s^*} + e^{-i\omega z/V_s^*}) E_1 e^{i\omega t} \\ &= 2 \cos \frac{\omega z}{V_s^*} E_1 e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (2.39a-d)$$

よって、

$$\hat{E}_1(z) = 2E_1 \cos \frac{\omega z}{V_s^*} \quad (2.40)$$

$z=L$ を代入して、

$$U_g = \hat{E}_1(L) = 2E_1 \cos \frac{\omega L}{V_s^*} \quad (2.41)$$

$$\therefore 2E_1 = \frac{U_g}{\cos \frac{\omega L}{V_s^*}} \quad (2.42)$$

(2.42)を(2.40),(2.39a)に代入して、

$$u_{ff}(z) = \left(U_g / \cos \left(\frac{\omega}{V_s^*} L \right) \right) \cos \left(\frac{\omega}{V_s^*} z \right) e^{i\omega t} \quad (2.43)$$

更に、 $\delta = \omega / V_s^*$ とすると、(2.38)式は以下のようにになる。

$$E_p I_p \frac{d^4 \bar{U}_{11}(z)}{dz^4} + (k_x + i\omega c_x - m_p \omega^2) \bar{U}_{11}(z) = (k_x + i\omega c_x) U_g \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} \quad (2.44)$$

(2.44)式に、ラプラス変換を適用すると、

$$\begin{aligned} L\{\bar{U}_{11}(z)\} = & \frac{1}{s^4 + 4\lambda^4} \bar{U}_{11}'''(0) + \frac{s}{s^4 + 4\lambda^4} \bar{U}_{11}''(0) + \frac{s^2}{s^4 + 4\lambda^4} \bar{U}_{11}'(0) + \frac{s^3}{s^4 + 4\lambda^4} \bar{U}_{11}(0) \\ & + \frac{k_x + i\omega c_x}{E_p I_p} \frac{U_g}{\cos \delta L} L[\cos \delta z] \frac{1}{s^4 + 4\lambda^4} \end{aligned} \quad (2.45)$$

$\frac{k_x + i\omega c_x}{E_p I_p} \frac{U_g}{\cos \delta L} = K$ と置くと、(2.45)式の最後の項は、

$$\begin{aligned} KL[\cos \delta z] \frac{1}{s^4 + 4\lambda^4} &= K \frac{1}{s^4 + 4\lambda^4} \frac{s}{s^2 + \delta^2} \\ &= K \left\{ \frac{A's + B'}{(s + \lambda)^2 + \lambda^2} + \frac{C's + D'}{(s - \lambda)^2 + \lambda^2} + \frac{E's + F'}{s^2 + \delta^2} \right\} \end{aligned} \quad (2.46a,b)$$

このうち $K \left\{ \frac{A's + B'}{(s + \lambda)^2 + \lambda^2} + \frac{C's + D'}{(s - \lambda)^2 + \lambda^2} \right\}$ は逆変換後、同次解へと組み込まれるので、特解項

は $K \left\{ \frac{E's + F'}{s^2 + \delta^2} \right\}$ のみである。

$$\begin{aligned} & K \left\{ \frac{A's + B'}{(s + \lambda)^2 + \lambda^2} + \frac{C's + D'}{(s - \lambda)^2 + \lambda^2} + \frac{E's + F'}{s^2 + \delta^2} \right\} \\ &= K \frac{(A's + B') \left\{ (s - \lambda)^2 + \lambda^2 \right\} (s^2 + \delta^2) + (C's + D') \left\{ (s + \lambda)^2 + \lambda^2 \right\} (s^2 + \delta^2) + (E's + F') (s^4 + 4\lambda^4)}{(s^4 + 4\lambda^4) (s^2 + \delta^2)} \end{aligned} \quad (2.47)$$

(2.46a)式と(2.47)式の分子は等しいから、

$$s = (A's + B') \left\{ (s - \lambda)^2 + \lambda^2 \right\} (s^2 + \delta^2) + (C's + D') \left\{ (s + \lambda)^2 + \lambda^2 \right\} (s^2 + \delta^2) + (E's + F')(s^4 + 4\lambda^4) \quad (2.48)$$

これは、 s についての恒等式であるから、どんな s についても成り立つ。よって、 $s = \delta i$ を代入すると、

$$\begin{aligned} \delta i &= (E'\delta i + F')(\delta^4 + 4\lambda^4) \\ &= E'(\delta^5 + 4\delta\lambda^4)i + F'(\delta^4 + 4\lambda^4) \end{aligned} \quad (2.49)$$

よって、

$$\delta = E'(\delta^5 + 4\delta\lambda^4) \rightarrow E' = \frac{1}{\delta^4 + 4\lambda^4} \quad (2.50a,b)$$

$$F'(\delta^4 + 4\lambda^4) = 0 \rightarrow F' = 0$$

従って、特解項 $K \left\{ \frac{E's + F'}{s^2 + \delta^2} \right\}$ の逆変換は次のようになる。

$$\frac{K}{\delta^4 + 4\lambda^4} \cos \delta z = \frac{k_x + i\omega c_x}{E_p I_p \delta^4 + k_x + i\omega c_x - m\omega^2} U_g \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} = \Gamma U_g \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} \quad (2.51)$$

$$(\because \Gamma = \frac{k_x + i\omega c_x}{E_p I_p \delta^4 + k_x + i\omega c_x - m\omega^2})$$

以上より、(2.44)式の解は、未定係数 A,B,C,D を用いて、以下のように表現できる。

$$\overline{U}_{11}(z) = \underbrace{e^{\lambda z} (A \cos \lambda z + B \sin \lambda z) + e^{-\lambda z} (C \cos \lambda z + D \sin \lambda z)}_{\text{同次式の解}} + \underbrace{U_g \Gamma \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L}}_{\text{特解}} \quad (2.52)$$

実際問題として、(2.52)式のうち、同次解部は、杭頭に近いほど影響は小さいので、同次解部を無視し、特解部のみで以下のように近似できる。

$$\bar{U}_{11}(z) = U_g \Gamma \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} = \Gamma U_{ff}(z) \quad (2.53)$$

この近似は、物理的には、自由地盤を無視し、定常振動影響のみで考えることを示している。これより、杭 1 - 地盤相互間の変位に関する比は、以下のようになる。

$$\Gamma = \frac{\bar{U}_{11}(z)}{U_{ff}(z)} \quad (2.54)$$

<step2－杭の存在による地盤振動の乱れの効果>

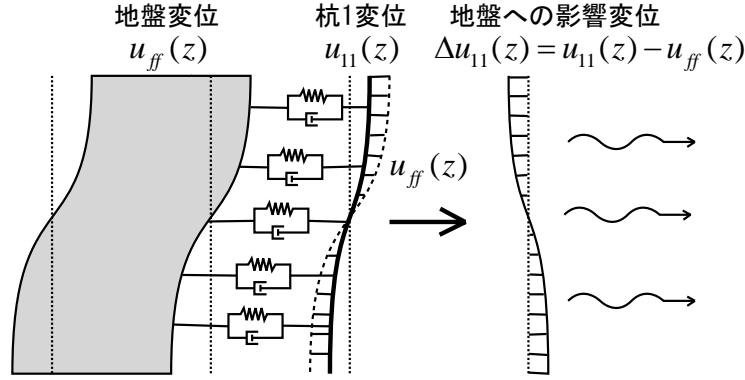


図 2.16 地盤への影響変位

図 2.13 のように、入力振動 $u_{ff}(z)$ が存在するならば、 $\bar{u}_{11}(z)$ との差 $\Delta\bar{u}_{11}(z) = \bar{u}_{11}(z) - u_{ff}(z)$ が、杭 1 が地盤に対して与える影響変位ということになる。この振動 $\Delta\bar{u}_{11}(z)$ が杭 1 から発せられ、水平に広がっていくが、その際、2.5.1 節 step2 と同様に、振動波の減衰が起こるため、杭 2 の位置における地盤振動 Δu_s は次のようになる。

$$\Delta u_s = \psi(r, \theta) \Delta \bar{u}_{11} = \psi(r, \theta) u_g (\Gamma - 1) \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} \quad (2.55)$$

<step3－強制変位入力による杭間の相互作用>

step2 において、杭 2 に入射する振動波 Δu_s により杭 2 に発生する変位は、2.5.1 節の step3 と同様の手順を踏むことにより求められる。すなわち、地盤 - 杭 2 間の Winkler 型地盤要素を考え、その支配微分方程式を用いる。この非同次式は、(2.25)式の右辺を(2.55)式により置き換えたものである。

$$E_p I_p \frac{d^4 \bar{U}_{21}(z)}{dz^4} + (k_x + i\omega c_x - m_p \omega^2) \bar{U}_{21}(z) = (k_x + i\omega c_x) \psi(r, \theta) U_g (\Gamma - 1) \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} \quad (2.56)$$

この解は、(2.52)式と同様に、以下のようになる。

$$\bar{U}_{21}(z) = \psi(r, \theta) \left\{ e^{\lambda z} (A_1 \cos \lambda z + B_1 \sin \lambda z) + e^{-\lambda z} (C_1 \cos \lambda z + D_1 \sin \lambda z) + U_g \Gamma (\Gamma - 1) \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} \right\} \quad (2.57)$$

ここでも step1 と同様、同次解は影響が相対的に小さいものとして無視されるため、(2.57)式は以下のように近似される。

$$\bar{U}_{21}(z) \approx \psi(r, \theta) U_g \Gamma(\Gamma-1) \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} \quad (2.58)$$

これと(2.53)式より、強制変位入力における杭 1 - 杭 2 間の相互作用係数 $\bar{\alpha}_{21} = \bar{U}_{21}(z) / \bar{U}_{11}(z)$ は以下ようになる。

$$\bar{\alpha}_{21} \approx \psi(r, \theta)(\Gamma-1) \quad (2.59)$$

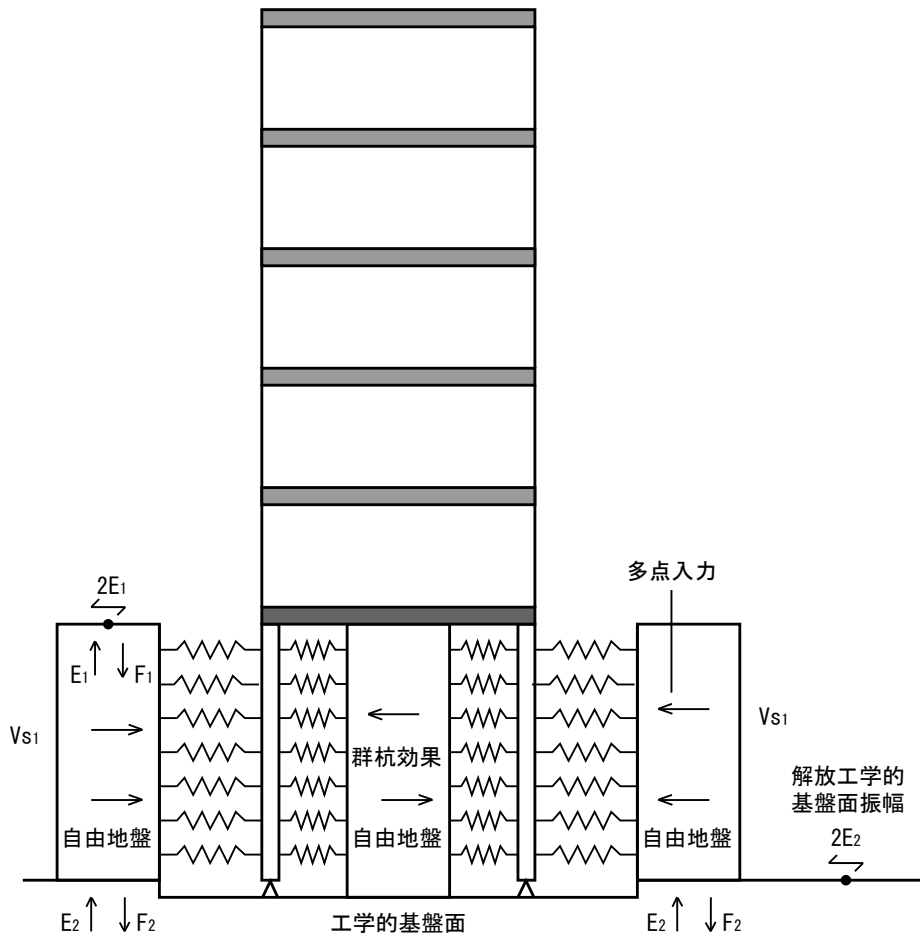


図 2.17 構造物 - 杭 - 地盤系モデル（上部構造 5 層）

2.5.3 層間変位

工学的地盤面において、動的強制変位 $u_g = U_g e^{i\omega t}$ を受ける、図 2.1 に示されるような構造物 - 杭 - 地盤系の応答を考える。ここでは動的相互作用を考慮する場合は、上部構造は存在しないものと仮定する。 $\bar{U}_{11}, \bar{U}_{22}, \bar{U}_{33}, \bar{U}_{44}$ は、工学的地盤面において動的強制変位 $u_g = U_g e^{i\omega t}$ を受け

る杭 1,2,3,4 の群杭効果を考慮しない（単杭として考えた場合の）杭頭水平変位を表すとする。全ての杭のサイズが等しい場合、 $\bar{U}_{11} = \bar{U}_{22} = \bar{U}_{33} = \bar{U}_{44}$ である。 α_{ij} ($i=1 \sim 4, j=1 \sim 4$) は、杭頭慣性入力による群杭効果を考慮しない杭 j の杭頭水平変位に対する、杭 j の杭頭慣性入力に起因する杭 i の付加的な杭頭水平変位の比を表すものとし、 $\bar{\alpha}_{ij}$ ($i=1 \sim 4, j=1 \sim 4$) は、動的入力による群杭効果を考慮しない杭 j の杭頭水平変位に対する、杭 j に作用する動的入力に起因する杭 i の付加的な杭頭水平変位の比を表すものとする。

4 本の杭の場合、杭の杭頭水平変位は次の成分の合計で表現される。

- (1) 上部構造がない時、基盤面において動的強制変位を受ける単杭としての杭頭水平変位
- (2) 上部構造がない時、基盤面において動的強制変位を受ける他の 3 本の杭に起因する付加的な杭頭水平変位
- (3) 杭頭慣性力 P_1, P_2, P_3, P_4 を受ける単杭としての杭頭水平変位
- (4) 杭頭慣性力 P_1, P_2, P_3, P_4 を受ける他の 3 本の杭に起因する付加的な杭頭水平変位

杭 1 の杭頭水平変位は、以下のように表される。

$$U_1 = \bar{U}_{11} + \bar{\alpha}_{12}\bar{U}_{22} + \bar{\alpha}_{13}\bar{U}_{33} + \bar{\alpha}_{14}\bar{U}_{44} + \frac{P_1}{k_x^{(1)}} + \alpha_{12}\frac{P_2}{k_x^{(1)}} + \alpha_{13}\frac{P_3}{k_x^{(1)}} + \alpha_{14}\frac{P_4}{k_x^{(1)}} \quad (2.60)$$

基礎版の水平変位が $U^{(2 \times 2)}$ で示されるとき、適合条件より、 $U_1 = U^{(2 \times 2)}$ である。この条件は、次のように記述できる。

$$U_1 = U^{(2 \times 2)} = \bar{U}_{11} + \bar{\alpha}_{12}\bar{U}_{22} + \bar{\alpha}_{13}\bar{U}_{33} + \bar{\alpha}_{14}\bar{U}_{44} + \frac{P_1}{k_x^{(1)}} + \alpha_{12}\frac{P_2}{k_x^{(1)}} + \alpha_{13}\frac{P_3}{k_x^{(1)}} + \alpha_{14}\frac{P_4}{k_x^{(1)}} \quad (2.61)$$

(2.61)式の両辺を、共通の変位 $\bar{U}_{11} = \bar{U}_{22} = \bar{U}_{33} = \bar{U}_{44}$ で除すると、次のようになる。

$$\frac{U^{(2 \times 2)}}{\bar{U}_{11}} - \frac{P_1}{k_x^{(1)}\bar{U}_{11}} - \alpha_{12}\frac{P_2}{k_x^{(1)}\bar{U}_{22}} - \alpha_{13}\frac{P_3}{k_x^{(1)}\bar{U}_{33}} - \alpha_{14}\frac{P_4}{k_x^{(1)}\bar{U}_{44}} = 1 + \bar{\alpha}_{12} + \bar{\alpha}_{13} + \bar{\alpha}_{14} \quad (2.62)$$

同様に、杭 2,3,4 についても、適合条件より、次のように記述できる。

$$\frac{U^{(2 \times 2)}}{\bar{U}_{11}} - \alpha_{21}\frac{P_1}{k_x^{(1)}\bar{U}_{11}} - \frac{P_2}{k_x^{(1)}\bar{U}_{22}} - \alpha_{23}\frac{P_3}{k_x^{(1)}\bar{U}_{33}} - \alpha_{24}\frac{P_4}{k_x^{(1)}\bar{U}_{44}} = \bar{\alpha}_{21} + 1 + \bar{\alpha}_{23} + \bar{\alpha}_{24} \quad (2.63a)$$

$$\frac{U^{(2 \times 2)}}{\bar{U}_{11}} - \alpha_{31} \frac{P_1}{k_x^{(1)} \bar{U}_{11}} - \alpha_{32} \frac{P_2}{k_x^{(1)} \bar{U}_{22}} - \frac{P_3}{k_x^{(1)} \bar{U}_{33}} - \alpha_{34} \frac{P_4}{k_x^{(1)} \bar{U}_{44}} = \bar{\alpha}_{31} + \bar{\alpha}_{32} + 1 + \bar{\alpha}_{34} \quad (2.63b)$$

$$\frac{U^{(2 \times 2)}}{\bar{U}_{11}} - \alpha_{41} \frac{P_1}{k_x^{(1)} \bar{U}_{11}} - \alpha_{42} \frac{P_2}{k_x^{(1)} \bar{U}_{22}} - \alpha_{43} \frac{P_3}{k_x^{(1)} \bar{U}_{33}} - \frac{P_4}{k_x^{(1)} \bar{U}_{44}} = \bar{\alpha}_{41} + \bar{\alpha}_{42} + \bar{\alpha}_{43} + 1 \quad (2.63c)$$

次に、上部構造物の振動を考える。 $u_{s1}, u_{s2}, u_{s3}, u_{s4}, u_{s5}$ は、5 層上部構造の各層の水平変位を表すものとする。これらの量は、次のように仮定する。

$$u_{s1} = U_{s1} e^{i\omega t}, u_{s2} = U_{s2} e^{i\omega t}, u_{s3} = U_{s3} e^{i\omega t}, u_{s4} = U_{s4} e^{i\omega t}, u_{s5} = U_{s5} e^{i\omega t} \quad (2.64a-e)$$

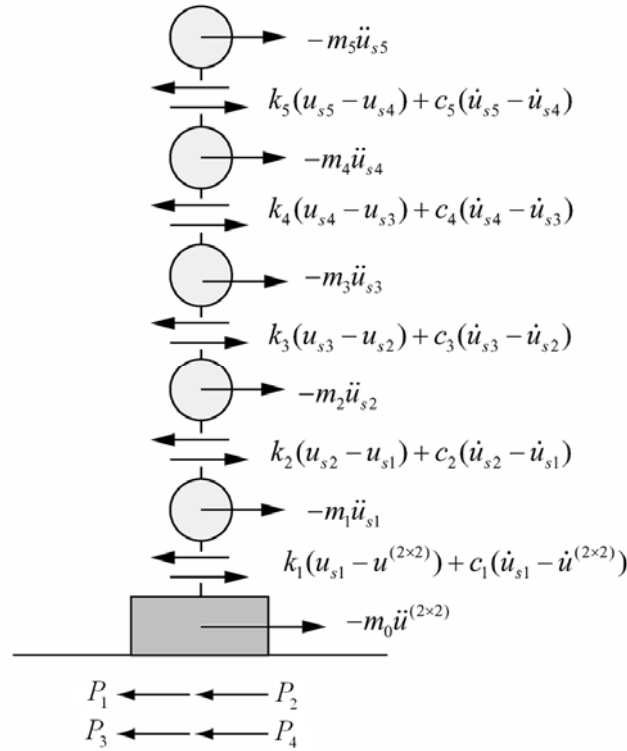


図 2.18 5 層上部構造の釣り合い

基礎版と上部構造の運動方程式は、振動数領域で次のように表される。

$$\omega^2 m_0 U^{(2 \times 2)} + K_1 (U_{s1} - U^{(2 \times 2)}) - P_1 - P_2 - P_3 - P_4 = 0 \quad (2.65a)$$

$$\omega^2 m_1 U_{s1} + K_2 (U_{s2} - U_{s1}) - K_1 (U_{s1} - U^{(2 \times 2)}) = 0 \quad (2.65b)$$

$$\omega^2 m_2 U_{s2} + K_3 (U_{s3} - U_{s2}) - K_2 (U_{s2} - U_{s1}) = 0 \quad (2.65c)$$

$$\omega^2 m_3 U_{s3} + K_4 (U_{s4} - U_{s3}) - K_3 (U_{s3} - U_{s2}) = 0 \quad (2.65d)$$

$$\omega^2 m_4 U_{s4} + K_5 (U_{s5} - U_{s4}) - K_4 (U_{s4} - U_{s3}) = 0 \quad (2.65e)$$

$$\omega^2 m_5 U_{s5} - K_5 (U_{s5} - U_{s4}) = 0 \quad (2.65f)$$

$K_i = k_i + i\omega c_i$ であることに注意されたい。(2.65a-f)式の両辺を共通の変位 $\bar{U}_{11} = \bar{U}_{22} = \bar{U}_{33} = \bar{U}_{44}$ で除すると次の関係が得られる。

$$\frac{1}{k_x^{(1)}} (\omega^2 m_0 - K_1) \frac{U^{(2 \times 2)}}{\bar{U}_{11}} - \frac{P_1}{k_x^{(1)} \bar{U}_{11}} - \frac{P_2}{k_x^{(1)} \bar{U}_{22}} - \frac{P_3}{k_x^{(1)} \bar{U}_{33}} - \frac{P_4}{k_x^{(1)} \bar{U}_{44}} + \frac{1}{k_x^{(1)}} K_1 \frac{U_{s1}}{\bar{U}_{11}} = 0$$

$$\frac{1}{k_x^{(1)}} K_1 \frac{U^{(2 \times 2)}}{\bar{U}_{11}} + \frac{1}{k_x^{(1)}} (\omega^2 m_1 - K_1 - K_2) \frac{U_{s1}}{\bar{U}_{11}} + \frac{1}{k_x^{(1)}} K_2 \frac{U_{s2}}{\bar{U}_{11}} = 0$$

$$\frac{1}{k_x^{(1)}} K_2 \frac{U_{s1}}{\bar{U}_{11}} + \frac{1}{k_x^{(1)}} (\omega^2 m_2 - K_2 - K_3) \frac{U_{s2}}{\bar{U}_{11}} + \frac{1}{k_x^{(1)}} K_3 \frac{U_{s3}}{\bar{U}_{11}} = 0$$

$$\frac{1}{k_x^{(1)}} K_3 \frac{U_{s2}}{\bar{U}_{11}} + \frac{1}{k_x^{(1)}} (\omega^2 m_3 - K_3 - K_4) \frac{U_{s3}}{\bar{U}_{11}} + \frac{1}{k_x^{(1)}} K_4 \frac{U_{s4}}{\bar{U}_{11}} = 0$$

$$\frac{1}{k_x^{(1)}} K_4 \frac{U_{s3}}{\bar{U}_{11}} + \frac{1}{k_x^{(1)}} (\omega^2 m_4 - K_4 - K_5) \frac{U_{s4}}{\bar{U}_{11}} + \frac{1}{k_x^{(1)}} K_5 \frac{U_{s5}}{\bar{U}_{11}} = 0$$

$$\frac{1}{k_x^{(1)}} K_5 \frac{U_{s4}}{\bar{U}_{11}} + \frac{1}{k_x^{(1)}} (\omega^2 m_5 - K_5) \frac{U_{s5}}{\bar{U}_{11}} = 0$$

(2.66a-f)

4つの適合条件(2.62)-(2.63a-c)式と6つの釣合い方程式(2.66a-f)式は、10次元線形連立方程式を構成し、層変位、基礎変位、および杭頭せん断力の杭1の杭頭変位 \bar{U}_{11} に対する伝達関数を与える。詳細は、Appendix 2.1を参照。

より扱いやすくするために、解放工学的基盤面での変位振幅 $2E_2$ を導入する。1次元重複反射理論 (Schnabel et al. 1972) (Appendix 2.2 参照) より、動的入力による群杭効果を考慮しない杭1の杭頭変位 \bar{U}_{11} は、次のように表される。

$$\bar{U}_{11} = \Gamma U_{ff}(0) = \Gamma(2E_1) = \Gamma D(2E_2) \quad (2.67)$$

ここで、

$$D = \frac{1}{\frac{1}{2} \left\{ (1 + \alpha_{i1}) e^{i\omega(L_1/V_{s1}^*)} + (1 - \alpha_{i1}) e^{i\omega(-L_1/V_{s1}^*)} \right\}} \quad (2.68)$$

α_{i1} は、複素インピーダンス比 $\alpha_{i1} = \rho_1 V_{s1}^* / \rho_2 V_{s2}^*$ である。(2.67)式を Appendix 2.1 の(A2.1)式に代入すると、次のようになる。

$$\mathbf{X} \begin{Bmatrix} \frac{U^{(2 \times 2)}}{2E_2} \\ \vdots \\ \frac{U_{s5}}{2E_2} \end{Bmatrix} = \Gamma \mathbf{D} \mathbf{Z} \quad (2.69)$$

層間変位の解放工学的基盤面振幅 $2E_2$ に対する伝達関数は、次のように表される。

$$\Delta_1 = \frac{U_{s1}}{2E_2} - \frac{U^{(2 \times 2)}}{2E_2} \quad (2.70)$$

$$\Delta_i = \frac{U_{si}}{2E_2} - \frac{U_{si-1}}{2E_2} \quad (i = 2, \dots, 5) \quad (2.71)$$

2.5.4 杭頭モーメント

杭 1 の杭頭モーメントは、杭頭曲率 $U_1''(0)$ より得られる。

$$M_1 = E_p I_p U_1''(0) \quad (2.72)$$

ここでは、文献 (Makris and Gazetas 1992) に従い、慣性力による杭 1 の水平変位は、地表面の変位 U_0 に関して次のように与えられているものと仮定する。

$$U_{11}(z) = U_0 f(z) \quad (2.73)$$

(2.18)式より、

$$f(z) = e^{-\lambda z} (\cos \lambda z + \sin \lambda z) \quad (2.74)$$

慣性力による杭頭の曲率は、次のように表される。

$$U_{11}''(z) = U_0 f''(z) \quad (2.75)$$

ここで、杭頭変位に対する単杭としての杭頭曲率の比は、次のように表される。

$$\beta_{11} = \frac{U_{11}''(0)}{U_{11}(0)} = \frac{U_0 f''(0)}{U_0} = f''(0) \quad (2.76)$$

関数 $f(z)$ を操作すると、 $f''(0) = \lambda^2 - \lambda^2 - \lambda^2 - \lambda^2 = -2\lambda^2$ となり、以下の式が与えられる。

$$\beta_{11} = -2\lambda^2 \quad (2.77)$$

また、ここでは文献 (Makris and Gazetas 1992) より、杭 1 への慣性入力による杭 2 の付加的な水平変位は、次のように与えられると仮定する。

$$U_{21}(z) = \frac{3}{4} \psi(r, \theta) \left(\frac{k_x + i\omega c_x}{k_x + i\omega c_x - m\omega^2} \right) U_0 g(z) \quad (2.78)$$

ここで、

$$g(z) = e^{-\lambda z} \left(\cos \lambda z + \sin \lambda z + \frac{2}{3} \lambda z \sin \lambda z \right) \quad (2.79)$$

杭 2 の付加的な水平変位による杭頭曲率は、次のように表される。

$$U_{21}''(z) = \frac{3}{4} \psi(r, \theta) \left(\frac{k_x + i\omega c_x}{k_x + i\omega c_x - m\omega^2} \right) U_0 g''(z) \quad (2.80)$$

これは、次のような影響係数を導く。

$$\beta_{21} = \frac{U_{21}''(0)}{U_{11}(0)} = \frac{3}{4} \psi(r, \theta) \left(\frac{k_x + i\omega c_x}{k_x + i\omega c_x - m\omega^2} \right) g''(0) \quad (2.81)$$

関数 $g(z)$ を操作すると、次式が得られる。

$$g''(0) = -\frac{2}{3}\lambda^2 \quad (2.82)$$

これは、次式を与える。

$$\beta_{21} = -\frac{1}{2}\psi(r, \theta) \left(\frac{k_x + i\omega c_x}{k_x + i\omega c_x - m\omega^2} \right) \lambda^2 \quad (2.83)$$

次に、動的入力の下での影響係数を考える。自由地盤の水平変位振幅は、次のように表される。

$$U_{ff}(z) = \hat{E}_1(z) = 2E_1 \cos \frac{\omega z}{V_{s1}^*} \quad (2.84)$$

よって、

$$\bar{U}_{11}(z) = \Gamma U_{ff}(z) = \Gamma \hat{E}_1(z) \quad (2.85)$$

動的入力を受ける単杭としての杭 1 の曲率は、次のように与えられる。

$$\bar{U}_{11}''(z) = \Gamma \hat{E}_1''(z) \quad (2.86)$$

動的入力による曲げモーメントの影響係数は、次のように表される。

$$\bar{\beta}_{11} = \frac{\bar{U}_{11}''(0)}{\bar{U}_{11}(0)} = \frac{\Gamma \hat{E}_1''(0)}{\Gamma \hat{E}_1(0)} = \frac{\hat{E}_1''(0)}{\hat{E}_1(0)} \quad (2.87)$$

$\hat{E}_1(z)$ を操作すると、次のようになる。

$$\hat{E}_1(0) = 2E_1 \quad (2.88a)$$

$$\hat{E}_1''(0) = -2 \left(\frac{\omega}{V_{s1}^*} \right)^2 E_1 \quad (2.88b)$$

これらは、次式を与える。

$$\bar{\beta}_{11} = -\left(\frac{\omega}{V_{s1}^*}\right)^2 \quad (2.89)$$

自由地盤の変位振幅は、次のようにも表される。

$$U_{ff}(z) = U_g \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} \quad (2.90)$$

従って、

$$\hat{E}_1(z) = U_g \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} \quad (2.91)$$

文献 (Makris and Gazetas 1992) に従って、付加的な変位は次のように表される。

$$\bar{U}_{21}(z) \approx \psi(r, \theta) \Gamma(\Gamma-1) U_g \frac{\cos \delta z}{\cos \delta L} = \psi(r, \theta) \Gamma(\Gamma-1) \hat{E}_1(z) \quad (2.92)$$

これは、次式を導く。

$$\bar{U}_{21}''(z) \approx \psi(r, \theta) \Gamma(\Gamma-1) \hat{E}_1''(z) \quad (2.93)$$

動的入力による曲げモーメントの影響係数は、次式のように表される。

$$\bar{\beta}_{21} = \frac{\bar{U}_{21}''(0)}{\bar{U}_{11}(0)} \approx \frac{\psi(r, \theta) \Gamma(\Gamma-1) \hat{E}_1''(0)}{\Gamma \hat{E}_1(0)} = \psi(r, \theta) (\Gamma-1) \frac{\hat{E}_1''(0)}{\hat{E}_1(0)} = -\psi(r, \theta) (\Gamma-1) \left(\frac{\omega}{V_{s1}^*}\right)^2 \quad (2.94)$$

つまり、曲率は次のように表される。

$$U_1''(0) = \bar{\beta}_{11} \bar{U}_{11} + \bar{\beta}_{12} \bar{U}_{22} + \bar{\beta}_{13} \bar{U}_{33} + \bar{\beta}_{14} \bar{U}_{44} + \beta_{11} \frac{P_1}{k_x^{(1)}} + \beta_{12} \frac{P_2}{k_x^{(1)}} + \beta_{13} \frac{P_3}{k_x^{(1)}} + \beta_{14} \frac{P_4}{k_x^{(1)}} \quad (2.95)$$

表現を簡単にするため、次のような形を導入する。

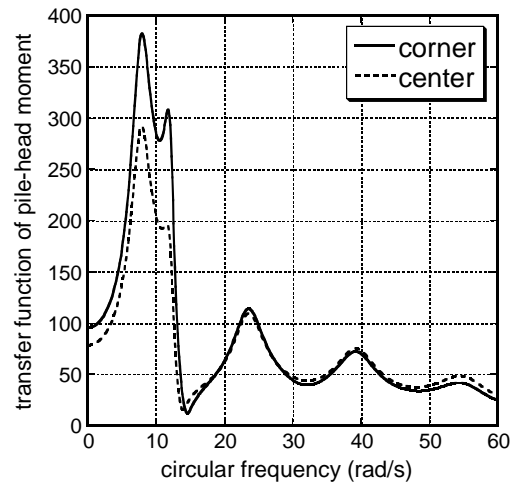
$$\frac{U_1''(0)}{\bar{U}_{11}} = \bar{\beta}_{11} + \bar{\beta}_{12} + \bar{\beta}_{13} + \bar{\beta}_{14} + \beta_{11} \frac{P_1}{k_x^{(1)} \bar{U}_{11}} + \beta_{12} \frac{P_2}{k_x^{(1)} \bar{U}_{22}} + \beta_{13} \frac{P_3}{k_x^{(1)} \bar{U}_{33}} + \beta_{14} \frac{P_4}{k_x^{(1)} \bar{U}_{44}} \quad (2.96)$$

杭 1 の杭頭における曲げモーメントは、次式のように表される。

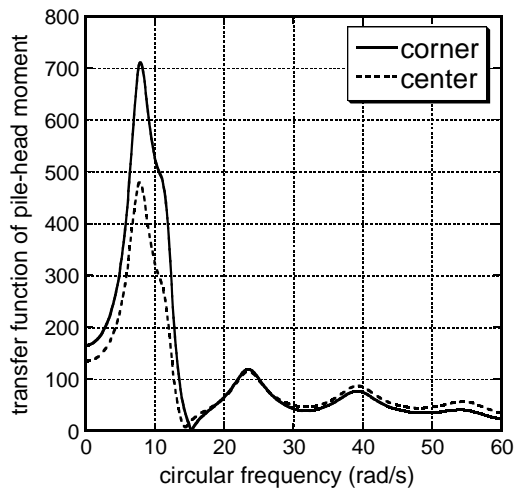
$$\begin{aligned} \frac{M_1}{\rho_p d^4 \omega^2 (2E_2)} &= \frac{E_p I_p U_1''(0)}{\rho_p d^4 \omega^2 (2E_2)} \\ &= \Gamma D \left\{ (\bar{\beta}_{11} + \bar{\beta}_{12} + \bar{\beta}_{13} + \bar{\beta}_{14} + \beta_{11} \frac{P_1}{k_x^{(1)} \bar{U}_{11}} + \beta_{12} \frac{P_2}{k_x^{(1)} \bar{U}_{22}} + \beta_{13} \frac{P_3}{k_x^{(1)} \bar{U}_{33}} + \beta_{14} \frac{P_4}{k_x^{(1)} \bar{U}_{44}}) \right\} \frac{E_p I_p}{\rho_p d^4 \omega^2} \end{aligned} \quad (2.97)$$

ここで、 $P_1/(k_x^{(1)} \bar{U}_{11}), \dots, P_4/(k_x^{(1)} \bar{U}_{44})$ は、以前に求められている。

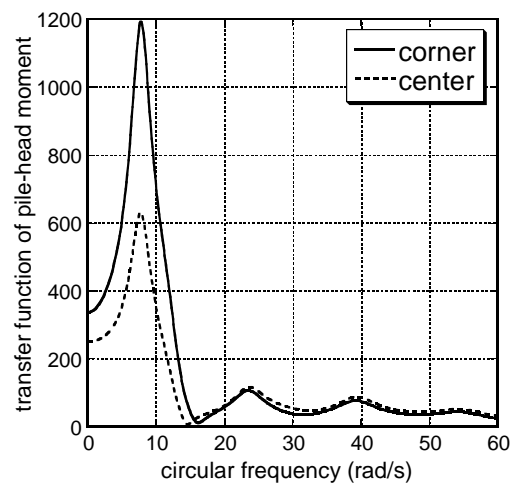
隅の杭と中央の杭の杭頭曲げモーメントの違いを調べるために、 3×3 , 5×5 , 9×9 の杭に支持された 5 層上部構造モデルを扱う。モデルのパラメーターは、2.6.2 節と同じものを用いる。図 2.18 は隅杭と中央杭の杭頭曲げモーメントの伝達関数を表している。隅杭の杭頭曲げモーメントは、中央杭の杭頭曲げモーメントよりも一般的に大きくなることが分かる。従って、以下では隅杭の杭頭曲げモーメントを取り扱う。



(a) 3×3



(b) 5×5



(c) 9×9

図 2.18 隅杭と中央杭の杭頭曲げモーメント伝達関数 (3×3 杭, 5×5 杭, 9×9 杭)

2.6 数値例

2.6.1 群杭効果の検証

ここで、 α_{ij} を使用した群杭の動的インピーダンスを、先端にダッシュポットを有し、動的 Winkler バネで支持された杭モデルを用いて解析した、単杭の動的インピーダンスを用いて導出する。図 2.19 のような、杭頭同士が剛なキャップで連結されている 2×2 の杭を考える。簡単のため、剛キャップは質量零とする。この剛キャップに、水平調和力 $Pe^{i\omega t}$ が作用する場合を考える。

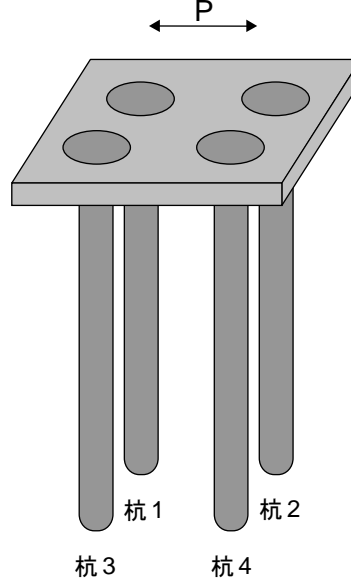


図 2.19 剛キャップで連結された 2×2 杭モデル

杭頭変位を $U^{(2 \times 2)}$ とし、 $\frac{P}{U^{(2 \times 2)}} = K_x^G + i\omega C_x^G$ を求める。

杭 1～4 の杭頭に作用するせん断力をそれぞれ P_1, P_2, P_3, P_4 とし、杭 1 を単杭とした時に生じるせん断力による杭頭変位を U_{11}^* とする。

$$U_{11}^* = \frac{P_1}{k_x^{(1)}} \quad (\because k_x^{(1)} : \text{単杭の動的インピーダンス}) \quad (2.98)$$

この時、杭 1 の杭頭における群杭効果を考慮に入れた変位 U_1 は、

$$U_1 = \frac{P_1}{k_x^{(1)}} + \alpha_{12} \frac{P_2}{k_x^{(1)}} + \alpha_{13} \frac{P_3}{k_x^{(1)}} + \alpha_{14} \frac{P_4}{k_x^{(1)}} \quad (2.99)$$

ところで、連続条件（適合条件）より、 $U^{(2 \times 2)} = U_1$

$$\therefore U^{(2 \times 2)} = \frac{P_1}{k_x^{(1)}} + \alpha_{12} \frac{P_2}{k_x^{(1)}} + \alpha_{13} \frac{P_3}{k_x^{(1)}} + \alpha_{14} \frac{P_4}{k_x^{(1)}} \quad (2.100)$$

無次元化のために、両辺を上で定義した U_{11}^* で割り、整理すると、

$$\frac{U^{(2 \times 2)}}{U_{11}^*} - \frac{P_1}{k_x^{(1)} U_{11}^*} - \alpha_{12} \frac{P_2}{k_x^{(1)} U_{11}^*} - \alpha_{13} \frac{P_3}{k_x^{(1)} U_{11}^*} - \alpha_{14} \frac{P_4}{k_x^{(1)} U_{11}^*} = 0 \quad (2.101a)$$

杭 2,3,4 についても同様である。

$$\frac{U^{(2 \times 2)}}{U_{11}^*} - \alpha_{21} \frac{P_1}{k_x^{(1)} U_{11}^*} - \frac{P_2}{k_x^{(1)} U_{11}^*} - \alpha_{23} \frac{P_3}{k_x^{(1)} U_{11}^*} - \alpha_{24} \frac{P_4}{k_x^{(1)} U_{11}^*} = 0 \quad (2.101b)$$

$$\frac{U^{(2 \times 2)}}{U_{11}^*} - \alpha_{31} \frac{P_1}{k_x^{(1)} U_{11}^*} - \alpha_{32} \frac{P_2}{k_x^{(1)} U_{11}^*} - \frac{P_3}{k_x^{(1)} U_{11}^*} - \alpha_{34} \frac{P_4}{k_x^{(1)} U_{11}^*} = 0 \quad (2.101c)$$

$$\frac{U^{(2 \times 2)}}{U_{11}^*} - \alpha_{41} \frac{P_1}{k_x^{(1)} U_{11}^*} - \alpha_{42} \frac{P_2}{k_x^{(1)} U_{11}^*} - \alpha_{43} \frac{P_3}{k_x^{(1)} U_{11}^*} - \frac{P_4}{k_x^{(1)} U_{11}^*} = 0 \quad (2.101d)$$

また、 $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = P$ より、

$$\frac{P_1}{k_x^{(1)} U_{11}^*} + \frac{P_2}{k_x^{(1)} U_{11}^*} + \frac{P_3}{k_x^{(1)} U_{11}^*} + \frac{P_4}{k_x^{(1)} U_{11}^*} = \frac{P}{k_x^{(1)} U_{11}^*} \quad (2.102)$$

以上をマトリクス表示すると、

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & -\alpha_{12} & -\alpha_{13} & -\alpha_{14} \\ 1 & -\alpha_{21} & -1 & -\alpha_{23} & -\alpha_{24} \\ 1 & -\alpha_{31} & -\alpha_{32} & -1 & -\alpha_{34} \\ 1 & -\alpha_{41} & -\alpha_{42} & -\alpha_{43} & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{array}{c} \frac{U^{(2 \times 2)}}{U_{11}^*} \\ \frac{P_1}{k_x^{(1)} U_{11}^*} \\ \frac{P_2}{k_x^{(1)} U_{11}^*} \\ \frac{P_3}{k_x^{(1)} U_{11}^*} \\ \frac{P_4}{k_x^{(1)} U_{11}^*} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{P}{k_x^{(1)} U_{11}^*} \end{array} \right\} \quad (2.103)$$

ここに、 $U_{11}^* = 1, P = 1$ を代入することにより比を求め、群杭の動的インピーダンス $\frac{P}{U^{(2 \times 2)}}$ を求めることができる。

このようにして求めた群杭のインピーダンスと、Kaynia and Kausel がグリーン関数を用いて群杭の動的インピーダンスを解析したものとを比較した結果が、次の図 2.20(a)である。2×2 および 3×3 の杭について、杭間距離 S に対して、 $S/d = 2, 5, 10$ のそれぞれで、両者の剛性と減衰について比較している。その群杭水平剛性 K_x^G 、群杭水平減衰 C_x^G は、単杭静的水平剛性の合計 $4K_x^S$

(3×3 の杭については $9K_x^S$) との比で表現されており、無次元振動数 $a_0 = \omega d / V_s$ に対するグラフとなっている。これら図 2.20(a)によると、両者の差異は小さく、 α_{21} の群杭効果の妥当性が示された。

また図 2.20(b)は、 3×3 の杭について、4 隅の杭の杭頭に作用するせん断力を \overline{P}_1 、真ん中の杭の杭頭に作用するせん断力を \overline{P}_2 とした時、9 本の杭の杭頭に作用するせん断力の平均 $\text{ave}[\overline{P}]$ と、 $|\overline{P}_1|, |\overline{P}_2|$ との比が、無次元振動数 $a_0 = \omega d / V_s$ に対して表現されている。これによると、 $|\overline{P}_1| / \text{ave}[\overline{P}]$ は 1 に近いが、 $|\overline{P}_2| / \text{ave}[\overline{P}]$ は、振動数の小さいところでは 1 より小さくなる。これは、真ん中の杭は、周囲を杭で囲まれているので、周辺の杭からの影響を最も受ける、すなわち、周辺の杭のせん断力の影響が加味されるため、自らのせん断力が小さくなると考えられる。

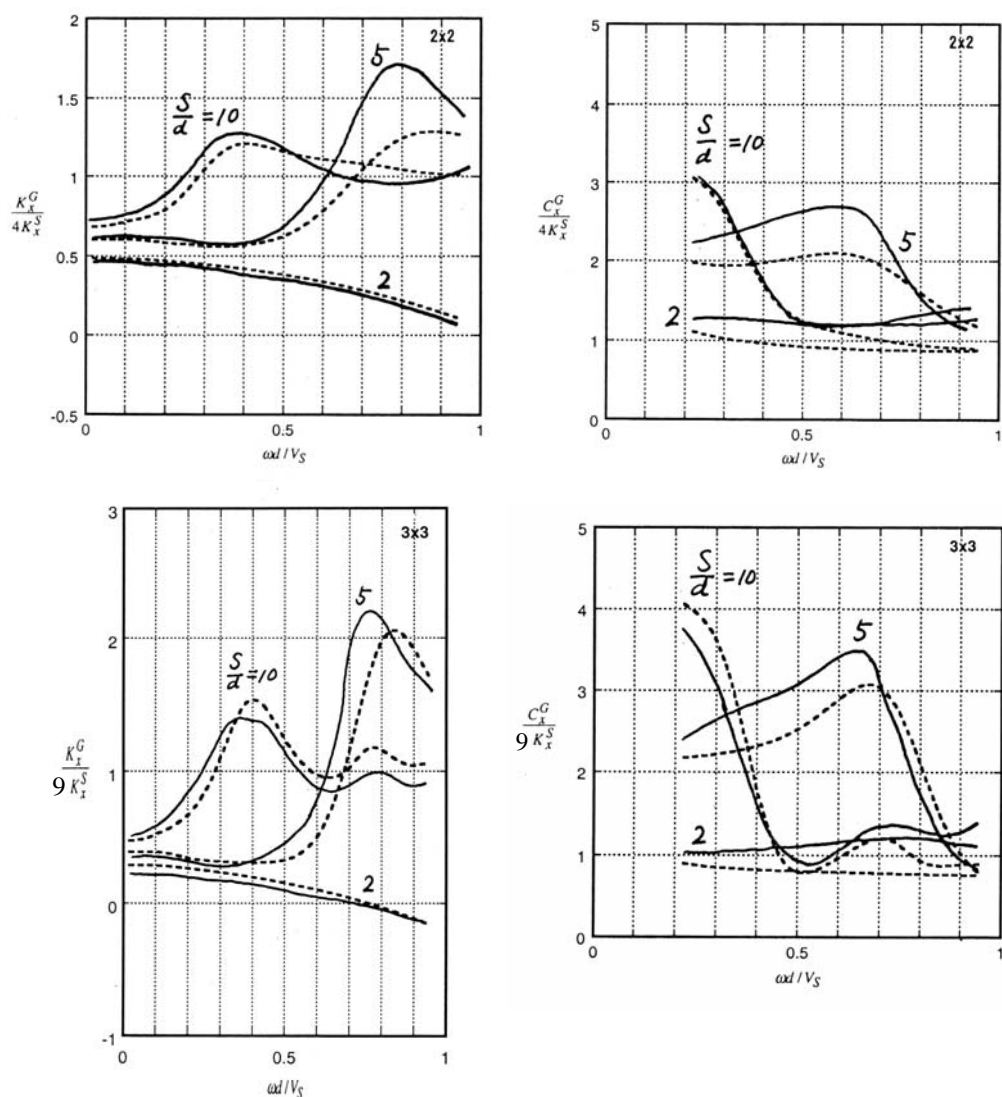


図 2.20(a) 単杭の剛性の総和で基準化された群杭の剛性および減衰係数の比較；(実線) Kaynia and Kausel (1982)がグリーン関数を用いて解析したもの、(点線) 本論文で提案された方法

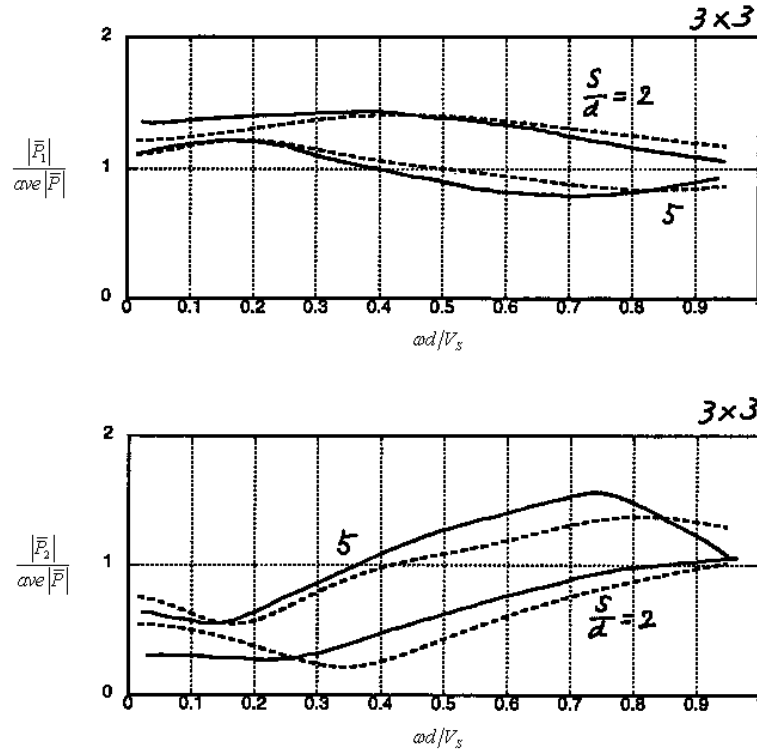


図 2.20(b) 隅杭と中央杭の杭頭せん断力の全杭頭せん断力の平均に対する比 (3×3 杭) ; (実線) Kaynia and Kausel (1982)がグリーン関数を用いて解析したもの, (点線) 本論文で提案された方法

2.6.2 群杭効果を考慮した剛性設計

2×2, 5×5, 10×10 の 3 つのケースの群杭を考える。杭は、正方形に配置されるものとする。杭径 1(m)に対する杭間距離の比は、5 とする。2×2 の杭の場合、上部構造の各層質量は 17.5×10^3 (kg), 基礎版質量は 52.5×10^3 (kg) とする。5×5, 10×10 の杭の場合、層質量と基礎版質量は比例的に算定する。表層地盤の深さは 20(m)とする。表層地盤のせん断波速度と質量密度はそれぞれ、100(m/s), 1.8×10^3 (kg/m³) とする。表層地盤の 1 次固有周期は 0.8(s)とする。表層地盤の履歴減衰比は 0.05, ポアソン比は 0.45 とする。基盤のせん断波速度と質量密度はそれぞれ、400(m/s), 2.0×10^3 (kg/m³) とする。基盤の履歴減衰比は零であると仮定する。杭のヤング係数は 2.1×10^{10} (N/m²), 質量密度は 2.4×10^3 (kg/m³) とする。上部構造の基礎固定時の非減衰 1 次固有周期は 0.5(s)とする。上部構造の 1 次モードは直線形であるとする。

図 2.21(a)-(e)の実線は、2×2 の杭の場合の、解放工学的基盤面振幅に対する 1 層、2 層、3 層、4 層、5 層の層間変位の伝達関数を表している。図 2.21(f),(g)の実線は、2×2 の杭の場合の、解放工学的基盤面振幅に対する基礎版の変位と杭頭曲げモーメントの伝達関数を表している。図 2.21(a)-(g)の点線は、群杭効果を考慮しない場合の対応する伝達関数を表している。これらの図は、慣性の相互作用と運動学的相互作用のすべての影響係数を零にして描かれている。この例の

杭間距離の比では、 2×2 の杭の場合、群杭効果は無視できるほど小さいことが分かる。また、各層層間変位の伝達関数は、上部構造の 1 次固有円振動数 $12.6(\text{rad/s})$ において、ほぼ等しい値をとることが分かる。これは、上部構造の 1 次モードを強制的に直線形としている、すなわち 1 次モードでは一様な層間変位が生じると仮定しているためである。しかしながら、層間変位の伝達関数は高振動数領域においても増幅しており、特に第 5 層において顕著である。これは、高次モードの効果によるものであると考えられる。

図 2.22(a)-(e)の実線は、 5×5 の杭の場合の、解放工学的基盤面振幅に対する 1 層、2 層、3 層、4 層、5 層の層間変位の伝達関数を表している。図 2.22(f),(g)の実線は、 5×5 の杭の場合の、解放工学的基盤面振幅に対する基礎版の変位と杭頭曲げモーメントの伝達関数を表している。図 2.22(a)-(g)の点線は、群杭効果を考慮しない場合の対応する伝達関数を表している。図 2.23(a)-(e)の実線は、 10×10 の杭の場合の、解放工学的基盤面振幅に対する 1 層、2 層、3 層、4 層、5 層の層間変位の伝達関数を表している。図 2.23(f),(g)の実線は、 10×10 の杭の場合の、解放工学的基盤面振幅に対する基礎版の変位と杭頭曲げモーメントの伝達関数を表している。図 2.23(a)-(g)の点線は、群杭効果を考慮しない場合の対応する伝達関数を表している。 5×5 , 10×10 の杭の場合、群杭効果は大きいことが分かる。この群杭効果は、上部構造の 1 次固有円振動数 $12.6(\text{rad/s})$ 、および、地盤の 1 次固有円振動数 $7.85(\text{rad/s})$ 付近で顕著である。

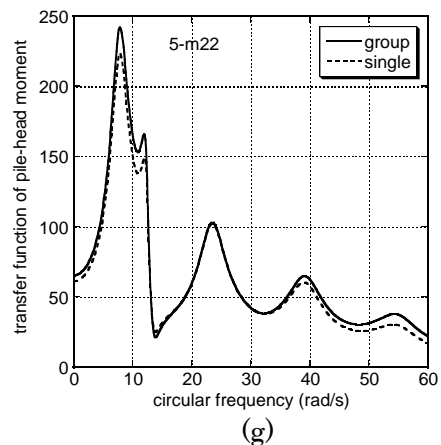
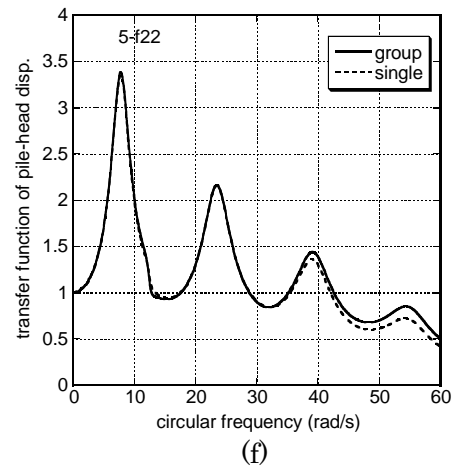
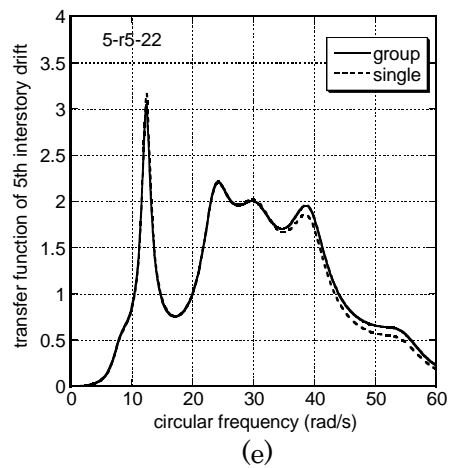
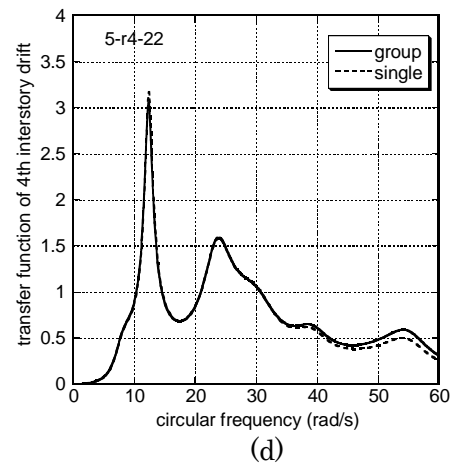
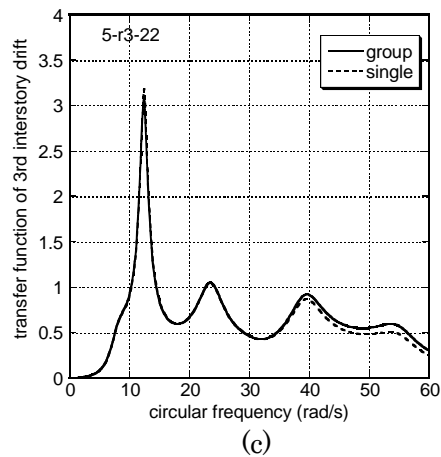
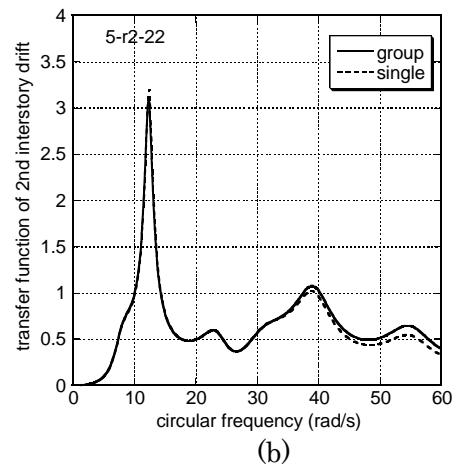
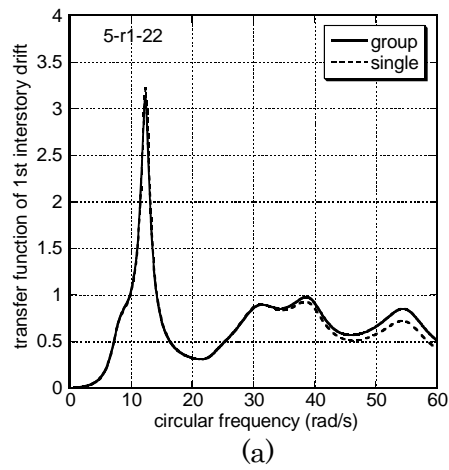
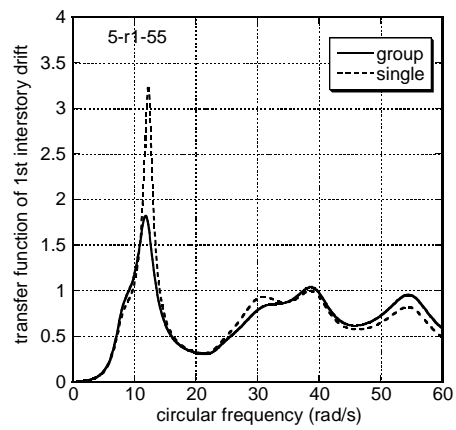
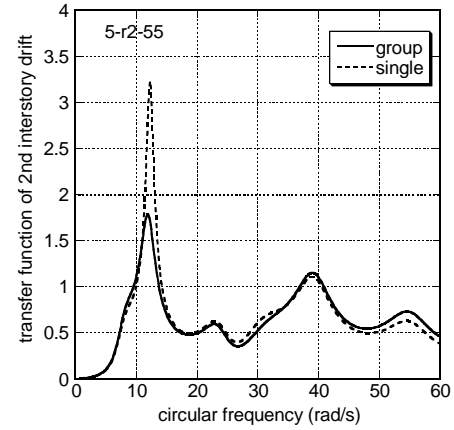


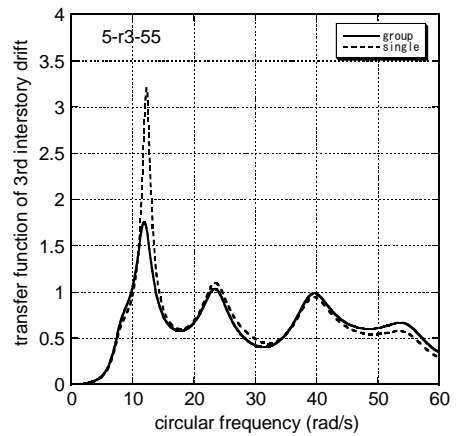
図 2.21 第 1 層から第 5 層の層間変位、基礎版変位、および杭頭曲げモーメントの伝達関数 (2×2 杭)



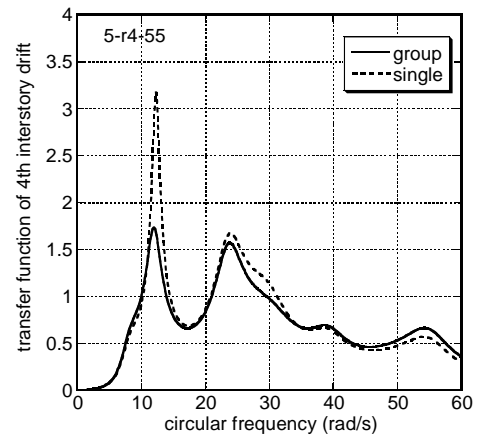
(a)



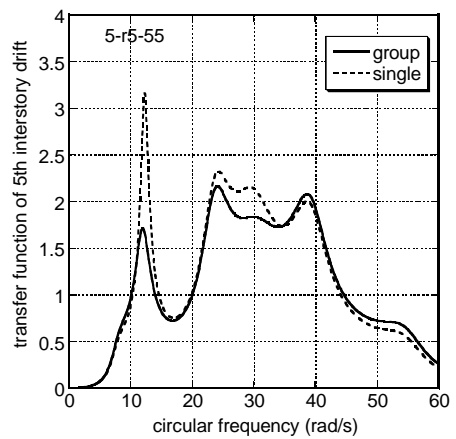
(b)



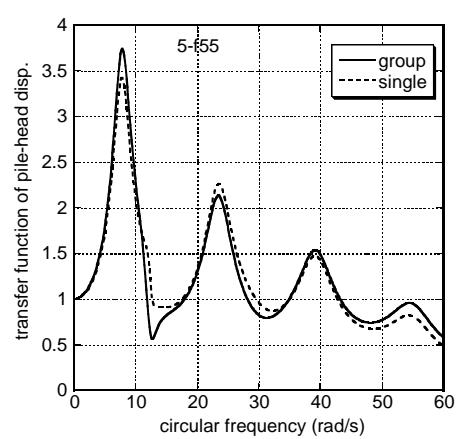
(c)



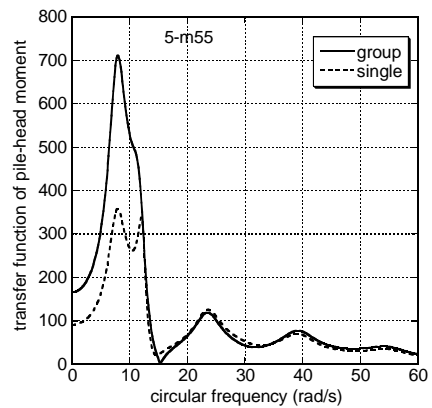
(d)



(e)



(f)



(g)

図 2.22 第 1 層から第 5 層の層間変位、基礎版変位、および杭頭曲げモーメントの伝達関数 (5×5 杭)

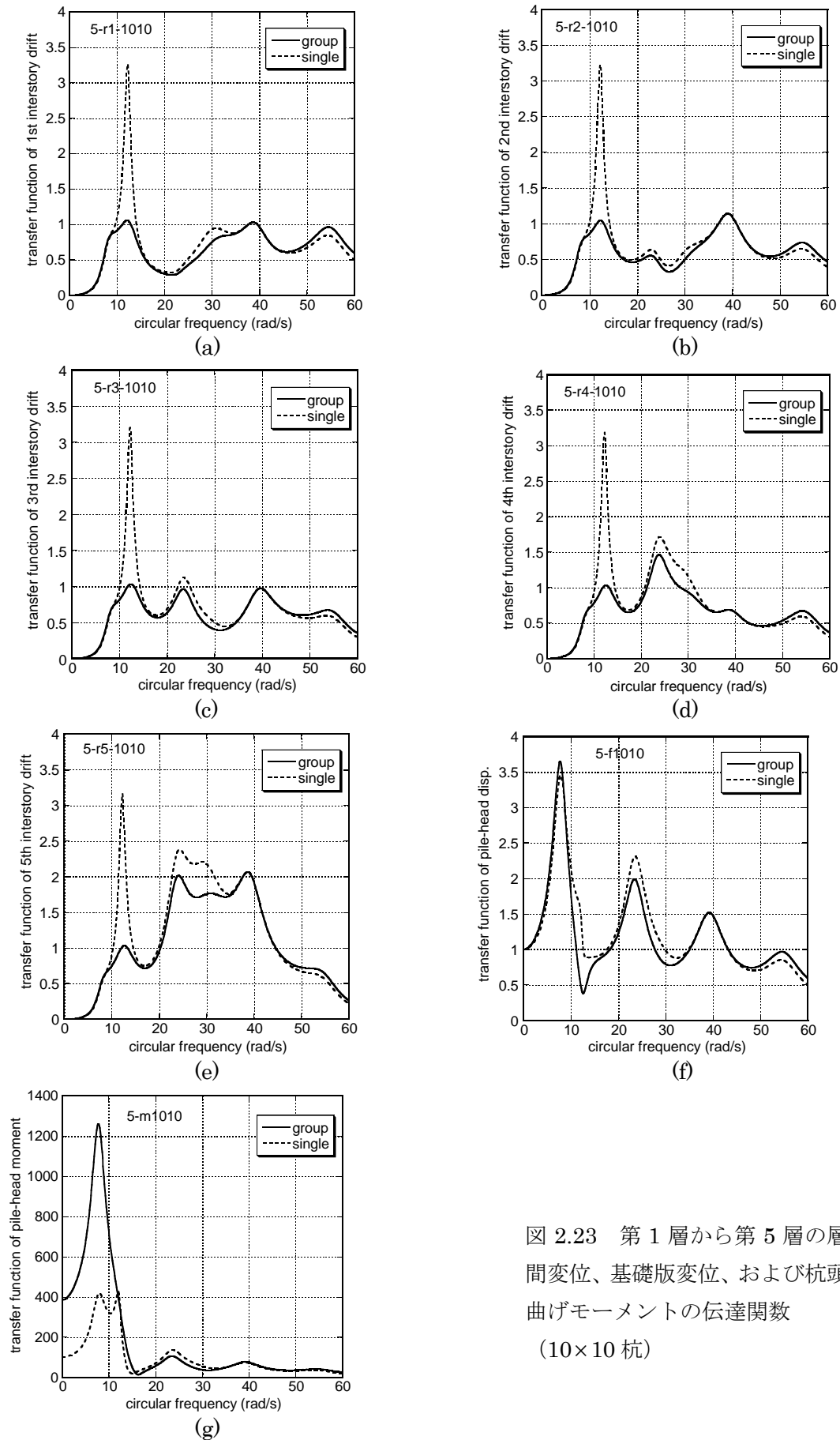


図 2.23 第 1 層から第 5 層の層間変位、基礎版変位、および杭頭曲げモーメントの伝達関数 (10×10 杭)

2.7 結論

- (1) 杭基礎を有する建築構造物の耐震設計および剛性設計における有効な群杭効果の解析法を展開した。単杭または群杭を有する杭 - 地盤系の動的応答を表現するために、動的 Winkler 型地盤要素と杭から成る有効な連続体モデルを利用した。
- (2) 群杭効果は、杭間の影響係数により考慮される。変位に対する影響係数はよく知られているが、曲率や杭頭曲げモーメントに対する影響係数は本論文で新たに提案された。これにより、杭頭曲げモーメントに関する群杭効果を効率的に評価することができる。
- (3) 一般的に、群杭効果は上部構造の層間変位を低減する一方、杭頭曲げモーメントを増加させる傾向があることが示された。これは、群杭効果を考慮しない設計は、上部構造に対しては安全側の設計であり、杭の設計に対しては危険側の設計であることを意味する。杭頭曲げモーメントが大きくなるのは、群杭になると杭周辺の地盤の抵抗が低下することに起因すると考えられる。
- (4) 群杭効果は、上部構造の 1 次固有円振動数、および、地盤の 1 次固有円振動数付近の振動数領域で顕著である。
- (5) 広帯域の振動数特性を有する入力に対しては、伝達関数の表す面積は、近似的に当該物理量の応答を表すので、杭のサイズを変更する指針とすることができる。

[Appendix 2.1] 2層地盤上の5層上部構造モデルに対する伝達関数を求めるための10次元線形連立方程式

床変位、基礎版変位、杭頭せん断力の杭1の単杭としての杭頭変位 \bar{U}_{11} に対する伝達関数は、境界条件、連続条件、釣合方程式より得られる。これらは、(2.62),(2.63),(2.66)式より次のように簡潔に書ける。

$$\mathbf{XY} = \mathbf{Z} \quad (\text{A2.1})$$

ここで、

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1 \cdots \mathbf{X}_{10}]$$

$$\mathbf{Y} = \left\{ \frac{U^{(2 \times 2)}}{\bar{U}_{11}} \quad \frac{P_1}{k_x^{(1)} \bar{U}_{11}} \quad \frac{P_2}{k_x^{(1)} \bar{U}_{22}} \quad \frac{P_3}{k_x^{(1)} \bar{U}_{33}} \quad \frac{P_4}{k_x^{(1)} \bar{U}_{44}} \quad \frac{U_{s1}}{\bar{U}_{11}} \quad \frac{U_{s2}}{\bar{U}_{11}} \quad \frac{U_{s3}}{\bar{U}_{11}} \quad \frac{U_{s4}}{\bar{U}_{11}} \quad \frac{U_{s5}}{\bar{U}_{11}} \right\}^T$$

$$\mathbf{Z} = \left\{ \begin{array}{c} 1 + \bar{\alpha}_{12} + \bar{\alpha}_{13} + \bar{\alpha}_{14} \\ \bar{\alpha}_{21} + 1 + \bar{\alpha}_{23} + \bar{\alpha}_{24} \\ \bar{\alpha}_{31} + \bar{\alpha}_{32} + 1 + \bar{\alpha}_{34} \\ \bar{\alpha}_{41} + \bar{\alpha}_{42} + \bar{\alpha}_{43} + 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} \quad (\text{A2.2a-c})$$

$$\mathbf{X}_1 = \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ (\omega^2 m_0 - K_1) / k_x^{(1)} \\ K_1 / k_x^{(1)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}, \mathbf{X}_2 = \left\{ \begin{array}{c} -1 \\ -\alpha_{21} \\ -\alpha_{31} \\ -\alpha_{41} \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}, \mathbf{X}_3 = \left\{ \begin{array}{c} -\alpha_{12} \\ -1 \\ -\alpha_{32} \\ -\alpha_{42} \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}, \mathbf{X}_4 = \left\{ \begin{array}{c} -\alpha_{13} \\ -\alpha_{23} \\ -1 \\ -\alpha_{43} \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}, \mathbf{X}_5 = \left\{ \begin{array}{c} -\alpha_{14} \\ -\alpha_{24} \\ -\alpha_{34} \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\},$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{X}_6 &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_1/k_x^{(1)} \\ (\omega^2 m_1 - K_1 - K_2)/k_x^{(1)} \\ K_2/k_x^{(1)} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \mathbf{X}_7 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_2/k_x^{(1)} \\ (\omega^2 m_1 - K_2 - K_3)/k_x^{(1)} \\ K_3/k_x^{(1)} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \mathbf{X}_8 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_3/k_x^{(1)} \\ (\omega^2 m_1 - K_3 - K_4)/k_x^{(1)} \\ K_4/k_x^{(1)} \\ 0 \end{Bmatrix}, \\
\mathbf{X}_9 &= \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_4/k_x^{(1)} \\ (\omega^2 m_1 - K_4 - K_5)/k_x^{(1)} \\ K_5/k_x^{(1)} \end{Bmatrix}, \mathbf{X}_{10} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_5/k_x^{(1)} \\ (\omega^2 m_1 - K_5)/k_x^{(1)} \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

(A2.3a-j)

[Appendix 2.2] 1次元波動伝播理論

α_{i1} は複素インピーダンス比 $\rho_1 V_{s1}^* / \rho_2 V_{s2}^*$ を表すものとする。上方及び下方へ伝播する波の工学的基盤面での振幅 E_2, F_2 は、上方へ伝播する波の地表面での振幅 E_1 に依存する。

$$\begin{Bmatrix} E_2 \\ F_2 \end{Bmatrix} = [A_1] \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} E_1 \quad (\text{A2.4})$$

ここで、

$$[A_1] = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1 + \alpha_{i1})e^{i\omega(L_1/V_{s1}^*)} & \frac{1}{2}(1 - \alpha_{i1})e^{i\omega(-L_1/V_{s1}^*)} \\ \frac{1}{2}(1 - \alpha_{i1})e^{i\omega(L_1/V_{s1}^*)} & \frac{1}{2}(1 + \alpha_{i1})e^{i\omega(-L_1/V_{s1}^*)} \end{bmatrix} \quad (\text{A2.5})$$

参考文献

- Dobry R., and Gazetas, G. (1988). "Simple method for dynamic stiffness and damping of floating pile groups." *Geotechnique*, **38**(4), 557-574.
- Gazetas, G., Fan, K., Tazoh, T., Shimizu, K., Kavvadas, M., and Makris, N. (1992). "Seismic pile-group--structure interaction." *Special Pub. of ASCE 'Piles under dynamic loads'* edited by S.Prakash, 56-93.
- G.Gazetas, K.Fan and A.Kaynia (1993). "Dynamic response of pile groups with different configurations." *Soil Dynamics and Earthq. Eng.*, **12**, 239-257.
- Gazetas, G. and Dobry, R. (1984). "Horizontal response of piles in layered soils." *J. Geotech. Eng., ASCE*, **110**(1), 20-40.
- Kavvadas, M. and Gazetas, G. (1993). "Kinematic seismic response and bending of free-head piles in layered soil." *Geotechnique*, **43**(2), 207-222.
- Kaynia, AM, and Kausel, E. (1982). "Dynamic Behaviour of Pile Groups." *Proc. 2nd Int. Conf. Numer. Meth. Offshore Piling*, Austin, Texas, 509-532.
- Makris, N., and Gazetas, G. (1992). "Dynamic pile-soil-pile interaction, Part II: Lateral and seismic response." *Earthquake Eng. and Struct. Dyn.*, **21**, 145-162.
- Nikolaou, S., Mylonakis, G., Gazetas, G., and Tazoh, T. (2001). "Kinematic pile bending during earthquakes: analysis and field measurements." *Geotechnique*, **51**(5), 425-440.
- Penzien, J., Scheffey, C.F., and Parmelee, R.A. (1964). "Seismic Analysis of Bridges on Long Piles." *J. Eng. Mech. ASCE*, **90**(3), 223-254.
- Schnabel, PB, Lysmer, J, and Seed, HB (1972). SHAKE : A computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, A computer program distributed by NISEE/Computer Applications, Berkeley.
- Takewaki, I. (1999). "Inverse Stiffness Design of Shear-Flexural Building Models Including Soil-Structure Interaction." *Engineering Structures*, **21**(12), 1045-1054.
- Takewaki, I. (2004). "Response spectrum method for nonlinear surface ground analysis." *An International Journal of Advances in Structural Engineering*, **7**(6), 503-514.
- Takewaki, I. and Kishida, A. (2005). "Efficient Analysis of Pile-group Effect on Seismic Stiffness and Strength Design of Buildings." *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, **25**(5), 355-367.
- Tassoulas, J.L., and Kausel, E. (1983). "Elements for the numerical analysis of wave motion in layered strata." *Int. J. for Numerical Methods in Eng.*, 1983; **19**(7), 1005-1032.
- 竹脇 出, 土井明裕, 辻 聖晃, 上谷宏二 (2003): 動的 Winkler ばねモデルを用いた杭支持建築構造物の地震時剛性設計, 日本建築学会構造系論文集, No.571, 45-52, 2003 年 9 月.
- 田治見 宏, 下村 幸男 (1976): 3 次元薄層要素による建物-地盤系の動的解析, 日本建築学会論文報告集, NO.243, 41-51, 1976 年 5 月.

第3章

SR モデルに入力される地震エネルギーの不確定性解析

3.1 序

地震時に構造物 - 地盤連成系 (soil-structure interaction (SSI) system) に入力されるエネルギーは、地震時要求性能の重要な指標である。ここでは、地震入力エネルギーを振動数領域で評価する。SSI システムに入力されるエネルギーの正確な高次感度を、不確定な地盤剛性や減衰のパラメーターに関して求める。地震入力エネルギーは、地震動入力の成分と構造物モデルの成分を乗じたものを振動数で積分することにより、簡潔な形で得られることが示される。このような地震入力エネルギーの振動数領域での定式化を用いることにより、SSI システムに入力されるエネルギーの不確定パラメーターに対する高次感度が正確に得られることが証明される。正確な高次感度は、地盤剛性および減衰の不確定性による入力エネルギーの変動を表現することを容易にし、また、最大入力エネルギーを与えるような最も望ましくない不確定パラメーターの組合せを見つけることも容易となる。

設計用地震動の作成においては、地震動が多くの不確定性を有することは広く認められており (Anderson and Bertero 1987)、特定の敷地での将来の地震動の発生事象を、時刻と頻度の両方において正確に予測することは容易ではないように思われる。従って、限られた情報の下でこれらの不確定性を考慮に入れ、より広範囲のレベルの設計用地震動に対しても安全な設計を可能にするロバスト設計法を発展させることが強く望まれている (Drenick 1970; Shinozuka 1970)。この観点から、幾つかの有効な極限外乱法が展開されてきた (Iyengar and Manohar 1987; Manohar and Sarkar 1995; Takewaki 2001, 2002a, b, 2004a)。

本章では、地盤特性や地盤の構造物に対する抵抗のモデリングにおける不確定性を扱う。SSI 効果の解析は急速に進展しており、複雑なモデルの SSI 解析をも可能とする研究用及び商業用のコンピュータプログラムが開発されている。これまでの SSI 効果の解析は、主に変位や力に関する研究において注目されてきたのに対して、SSI システムに入力される地震エネルギーに関する研究はあまり関心を持たれてこなかった。しかしながら、エネルギーの概念は最近重要視されるようになっており、特に、SSI システムのような特性の異なる多数の部分構造を含む複雑なシステムの解析に適していると考えられる。

これらの状況の下で、ここでは、構造物単体と SSI システム全体への地震入力エネルギーを、不確定パラメーターが応答に及ぼす効果の評価における指標として選定する。振動数領域のアプローチは、解析的な方法で地震入力エネルギーの評価を可能とする。構造物と全体系への地震入力エネルギーは、振動数領域のアプローチを利用することにより簡潔な形で得られることが示される。振動数領域の入力エネルギーの評価の際に必要な伝達関数は、運動方程式の係数行列の逆行列を陽に得ることにより、閉形表現で得られる。また、全体系への入力エネルギーと構造物単体への入力エネルギーの不確定パラメーターに対する高次感度も、振動数領域のアプローチを利用することにより閉形表現で得られる。ここで、全体系と構造物単体への地震入力エネルギーの

高次感度を評価するために必要な伝達関数の高次感度は、振動数領域の運動方程式を利用することにより、閉形表現で得られる。本提案手法は、閉形表現された高次感度と Taylor 級数表現に基づく手法を用いることにより、ある限られた範囲内では妥当な精度を有し、高い信頼性と有効性を有することが示される (Kishida and Takewaki 2006)。

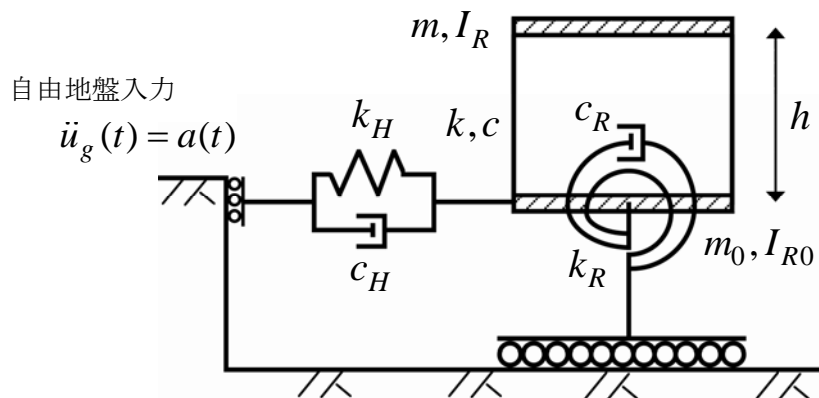


図 3.1 水平ばね、回転ばね、水平ダッシュポット、回転ダッシュポットにより支持された 1 層せん断型モデル

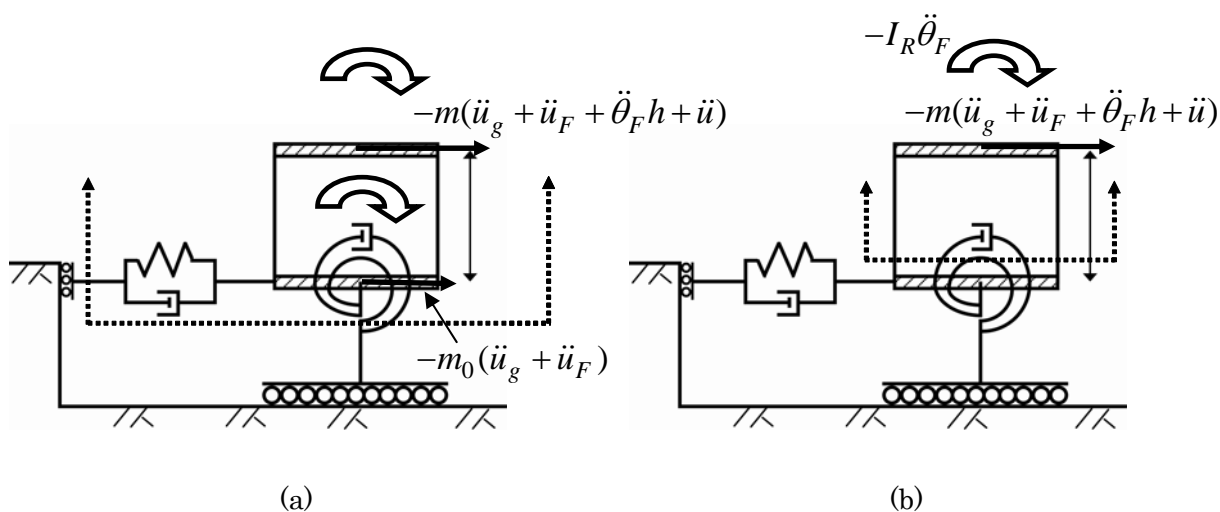


図 3.2 (a)構造物と周辺地盤を含む自由体、(b)構造物単体を含む自由体

3.2 振動数領域の地震入力エネルギー

図 3.1 に示されるように、ばね剛性 k_H, k_R および減衰係数 c_H, c_R の水平ばねと回転ばねで支持された、質量 m 、剛性 k 、減衰係数 c の 1 層せん断型モデルを扱う。 m_0, I_{R0}, h はそれぞれ、基

礎版質量、基礎版質量の回転慣性、階高を表す。構造物の質量の回転慣性は I_R である。このモデルに入力される地震動は自由地盤表面での水平加速度 $\ddot{u}_g(t) = a(t)$ である。 $u_F(t), \theta_F(t)$ は、基礎版の水平変位と回転角を表す。 $u(t)$ は、上部質量の基礎版に対する相対水平変位を表す。

このモデルの時間領域での運動方程式は、次のように表される。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{r}\ddot{u}_g(t) \quad (3.1)$$

ここで、

$$\mathbf{u}(t) = \{u(t) \ u_F(t) \ \theta_F(t)\}^T$$

$\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C}, \mathbf{r}$ は次の質量行列、剛性行列、減衰行列、及び作用係数ベクトルを表す。

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & m & mh \\ & m_0 + m & mh \\ sym. & & mh^2 + I_{R0} + I_R \end{bmatrix} \quad (3.2a)$$

$$\mathbf{K} = \text{diag}(k \ k_H \ k_R) \quad (3.2b)$$

$$\mathbf{C} = \text{diag}(c \ c_H \ c_R) \quad (3.2c)$$

$$\mathbf{r} = \{0 \ 1 \ 0\}^T \quad (3.2d)$$

このモデルに入力されるエネルギーを考察する (Housner 1959; Housner and Jennings 1977; Akiyama 1985; Uang and Bertero 1990; Trifunac et al. 2001)。

(3.1)式に前から $\dot{\mathbf{u}}(t)^T$ を乗じ、その結果得られた方程式を 0 から t_0 まで (入力持続時間) 積分すると、次のようになる。

$$[(1/2)\dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{u}}]_0^{t_0} + \int_0^{t_0} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{C} \dot{\mathbf{u}} dt + [(1/2)\dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{K} \mathbf{u}]_0^{t_0} = -\int_0^{t_0} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \mathbf{r} \ddot{u}_g dt \equiv E_I^A \quad (3.3)$$

E_I^A を部分積分し、地震動の初期状態と収束状態が $\dot{u}_g(0) = \dot{u}_g(t_0) = 0$ であることを利用して、変形すると、

$$\begin{aligned} E_I^A &= -[\dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \mathbf{r} \dot{u}_g]_0^{t_0} + \int_0^{t_0} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \mathbf{r} \dot{u}_g dt \\ &= \int_0^{t_0} \{m\ddot{u} + (m_0 + m)\ddot{u}_F + mh\ddot{\theta}_F\} \dot{u}_g dt \\ &= \int_0^{t_0} \{m_0(\ddot{u}_g + \ddot{u}_F) + m(\ddot{u}_g + \ddot{u}_F + \ddot{\theta}_F h + \ddot{u}) - (m_0 + m)\ddot{u}_g\} \dot{u}_g dt \\ &= \int_0^{t_0} \{m_0(\ddot{u}_g + \ddot{u}_F) + m(\ddot{u}_g + \ddot{u}_F + \ddot{\theta}_F h + \ddot{u})\} \dot{u}_g dt - [(1/2)(m_0 + m)\dot{u}_g^2]_0^{t_0} \\ &= \int_0^{t_0} \{m_0(\ddot{u}_g + \ddot{u}_F) + m(\ddot{u}_g + \ddot{u}_F + \ddot{\theta}_F h + \ddot{u})\} \dot{u}_g dt \end{aligned} \quad (3.4)$$

(3.4)式の最後の方程式中の中括弧の中の表現は、基礎版と構造物の質量に作用する慣性力の総和

を表す。(3.4)式は、スウェイ - ロッキングモデルにおける地盤による仕事は E_I^A に等しいことを意味する。慣性モーメントが基礎と構造物の質量に作用するにも関わらず、自由地盤表面が回転しないため、それらが効かない。

線形弾性構造物への地震入力エネルギーもまた、振動数領域で表されることが知られている (Lyon 1975; Ohi et al. 1985; Kuwamura et al. 1994; Ordaz et al. 2003)。 $\ddot{U}, \ddot{U}_F, \ddot{\Theta}_F, \ddot{U}_g$ は $\ddot{u}, \ddot{u}_F, \ddot{\theta}_F, \ddot{u}_g$ のフーリエ変換、 $H_{\ddot{U}}(\omega), H_{\ddot{U}_F}(\omega), H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)$ は $\ddot{u}, \ddot{u}_F, \ddot{\theta}_F$ の \ddot{u}_g に対する伝達関数を表す。

$$\ddot{U}(\omega)/\ddot{U}_g(\omega) = H_{\ddot{U}}(\omega) \quad (3.5a)$$

$$\ddot{U}_F(\omega)/\ddot{U}_g(\omega) = H_{\ddot{U}_F}(\omega) \quad (3.5b)$$

$$\ddot{\Theta}_F(\omega)/\ddot{U}_g(\omega) = H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) \quad (3.5c)$$

これらの値は、(3.1)式をフーリエ変換した方程式から得ることができる。

(3.4)式の上限と下限を $(0, t_0)$ から $(-\infty, \infty)$ に拡張してフーリエ逆変換し、(3.5)式を用いると以下ようになる。

$$\begin{aligned} E_I^A &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{m_0(\ddot{U}_g + \ddot{U}_F) + m(\ddot{U}_g + \ddot{U}_F + \ddot{\Theta}_F h + \ddot{U})\} e^{i\omega t} \dot{u}_g dt d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[m_0 \{1 + H_{\ddot{U}_F}(\omega)\} + m\{1 + H_{\ddot{U}_F}(\omega) + H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)h + H_{\ddot{U}}(\omega)\} \right] \ddot{U}_g(\omega) \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} \dot{u}_g dt \right) d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[m_0 \{1 + H_{\ddot{U}_F}(\omega)\} + m\{1 + H_{\ddot{U}_F}(\omega) + H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)h + H_{\ddot{U}}(\omega)\} \right] \ddot{U}_g(\omega) \ddot{U}_g(-\omega) / (-i\omega) d\omega \\ &= -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{\omega} \text{Im} \left[m_0 H_{\ddot{U}_F}(\omega) + m\{H_{\ddot{U}_F}(\omega) + H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)h + H_{\ddot{U}}(\omega)\} \right] \left| \ddot{U}_g(\omega) \right|^2 d\omega \end{aligned} \quad (3.6)$$

ここで、記号 i は虚数単位を表し、 $\text{Im}[\cdot]$ は複素数の虚部を表す。(3.6)式を $\dot{u}, \dot{u}_F, \dot{\theta}_F$ の \ddot{u}_g に対する速度伝達関数 $H_{\dot{U}}(\omega)$, $H_{\dot{U}_F}(\omega)$, $H_{\dot{\Theta}_F}(\omega)$ に関して表現しなおすことも可能である。

$$E_I^A = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \text{Re} [m_0 H_{\dot{U}_F}(\omega) + m\{H_{\dot{U}_F}(\omega) + H_{\dot{\Theta}_F}(\omega)h + H_{\dot{U}}(\omega)\}] \left| \ddot{U}_g(\omega) \right|^2 d\omega \quad (3.7)$$

ここで、 $\text{Re}[\cdot]$ は複素数の実部を表す。線形弾性構造物あるいは線形弾性システムに入力される地震エネルギーは、入力地震動の位相特性に依存しないこともまた知られている (Lyon 1975; Ohi et al. 1985; Kuwamura et al. 1994; Ordaz et al. 2003)。(3.7)式はこの事実を明確に裏づけている。

次に、構造物単体における基礎版による仕事を考察する。この値は、構造物単体に入力するエネルギーを示しており、次のように表される

$$E_I^S = \int_0^{\infty} m(\ddot{u}_g + \ddot{u}_F + \ddot{\theta}_F h + \ddot{u})(\dot{u}_g + \dot{u}_F) dt + \int_0^{\infty} \{m(\ddot{u}_g + \ddot{u}_F + \ddot{\theta}_F h + \ddot{u})h + I_R \ddot{\theta}_F\} \dot{\theta}_F dt \quad (3.8)$$

内力が、慣性力 $-m(\ddot{u}_g + \ddot{u}_F + \ddot{\theta}_F h + \ddot{u})$ 及び、慣性モーメント $-\{m(\ddot{u}_g + \ddot{u}_F + \ddot{\theta}_F h + \ddot{u})h + I_R \ddot{\theta}_F\}$ と釣り合っており、それぞれ、 $-(\dot{u}_g + \dot{u}_F)dt$ と $-\dot{\theta}_F dt$ の仕事をする。(3.8)式の下限を0から $-\infty$ に拡張してフーリエ逆変換し、(3.5)式で定義された伝達関数を用いると以下ようになる。

$$E_I^S = -\frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\omega} \text{Im} \left[m\{1 + H_{\ddot{u}F}(\omega) + H_{\ddot{\theta}F}(\omega)h + H_{\ddot{u}}(\omega)\} \{1 + H_{\ddot{u}F}(-\omega)\} + (mh\{1 + H_{\ddot{u}F}(\omega) + H_{\ddot{\theta}F}(\omega)h + H_{\ddot{u}}(\omega)\} + I_R H_{\ddot{\theta}F}(\omega)) H_{\ddot{\theta}F}(-\omega) \right] \cdot \left| \ddot{U}_g(\omega) \right|^2 d\omega \quad (3.9)$$

次の関数、 $F_A(\omega)$ 、 $F_S(\omega)$ を、エネルギー伝達関数と定義し、(3.6)式と(3.9)式は、統一された入力エネルギーの表現により、簡潔な形で得られる。

$$E_I^A = \int_0^\infty F_A(\omega) \left| \ddot{U}_g(\omega) \right|^2 d\omega \quad (3.10a)$$

$$E_I^S = \int_0^\infty F_S(\omega) \left| \ddot{U}_g(\omega) \right|^2 d\omega \quad (3.10b)$$

ここで、

$$F_A(\omega) = -\frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[m_0 H_{\ddot{u}F}(\omega) + m\{H_{\ddot{u}F}(\omega) + hH_{\ddot{\theta}F}(\omega) + H_{\ddot{u}}(\omega)\} \right] \quad (3.11a)$$

$$F_S(\omega) = -\frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[m\{1 + H_{\ddot{u}F}(\omega) + hH_{\ddot{\theta}F}(\omega) + H_{\ddot{u}}(\omega)\} \cdot \{1 + H_{\ddot{u}F}^*(\omega)\} \right] - \frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[[I_R H_{\ddot{\theta}F}(\omega) + mh\{1 + H_{\ddot{u}F}(\omega) + hH_{\ddot{\theta}F}(\omega) + H_{\ddot{u}}(\omega)\}] \cdot H_{\ddot{\theta}F}^*(\omega) \right] \quad (3.11b)$$

(3.11)式中の印 $(\)^*$ は、複素共役を表す。

図3.3(a),(b)には、エルセントロ NS と神戸大学 NS の地震入力エネルギーの時刻歴とそれらの最終値 E_I^A 、 E_I^S の例が、構造物の固有周期 $T = 0.5(\text{s})$ 、地盤のせん断波速度 $V_S = 50, 100(\text{m/s})$ に対して示されている。3.6節中のパラメータモデルを用いる。運動方程式の数値積分法としては平均加速度法を用い、(3.4)式と(3.8)式の積分には台形法則を用いる。通常の時間領域の方法によるこれらの値 E_I^A 、 E_I^S は、提案された振動数領域の方法による結果と比較するために後で用いられる。図3.4(a),(b)は、 $T = 0.2, 0.5(\text{s})$ 、 $V_S = 50, 100(\text{m/s})$ におけるエネルギー伝達関数 $F_A(\omega)$ 、 $F_S(\omega)$ を表す。 $F_A(\omega)$ は、構造物の固有周期と地盤剛性の組合せに依存する $F_S(\omega)$ とは明らかに異なることが分かる。 $F_A(\omega)$ と $F_S(\omega)$ の相違は、 E_I^A と E_I^S の不一致を導く。

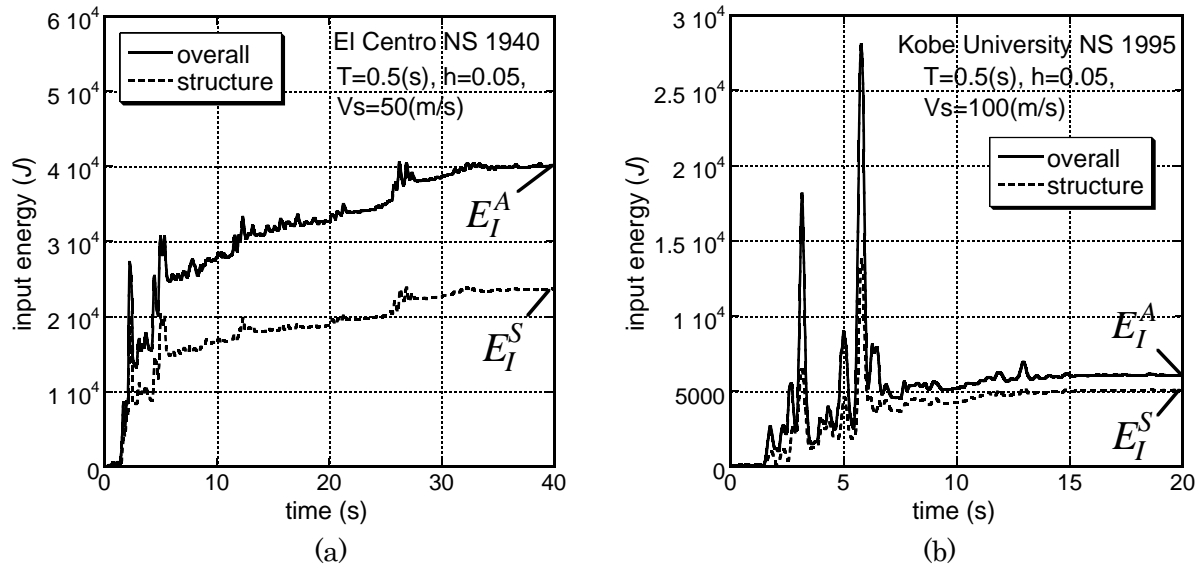


図 3.3 全体系と構造物単体に入力するエネルギーの時刻歴の例：(a) エルセントロ NS (Imperial Valley 1940), (b) 神戸大学 NS (兵庫県南部 1995)

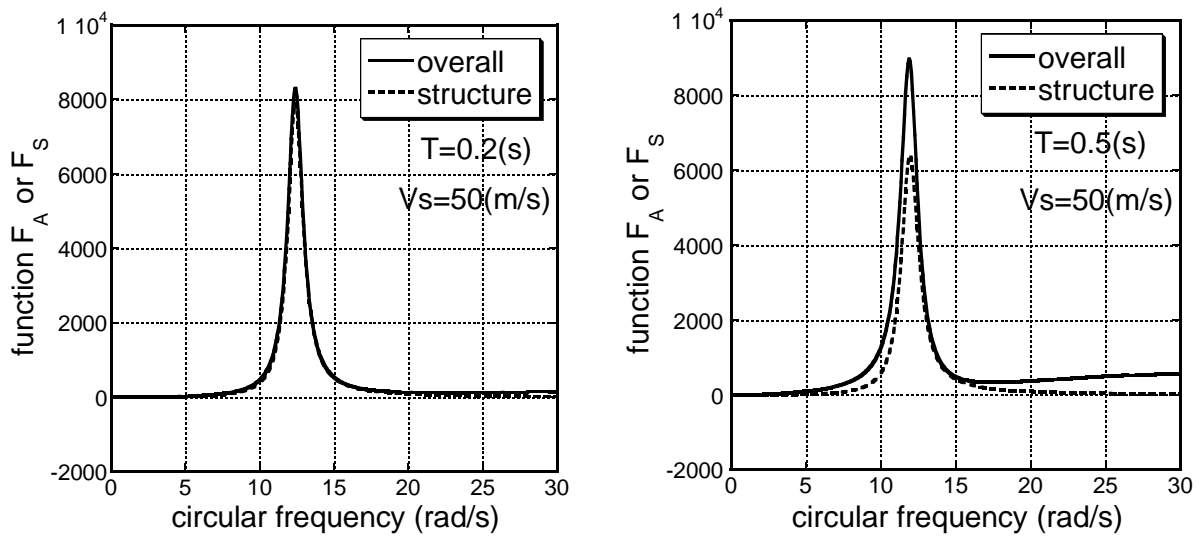


図 3.4(a) 地盤せん断波速度 $V_S = 50(\text{m/s})$ 、上部構造の固有周期 $T = 0.2, 0.5(\text{s})$ に対する、全体系へのエネルギー伝達関数 $F_A(\omega)$ (実線) と構造物単体へのエネルギー伝達関数 $F_S(\omega)$ (破線)

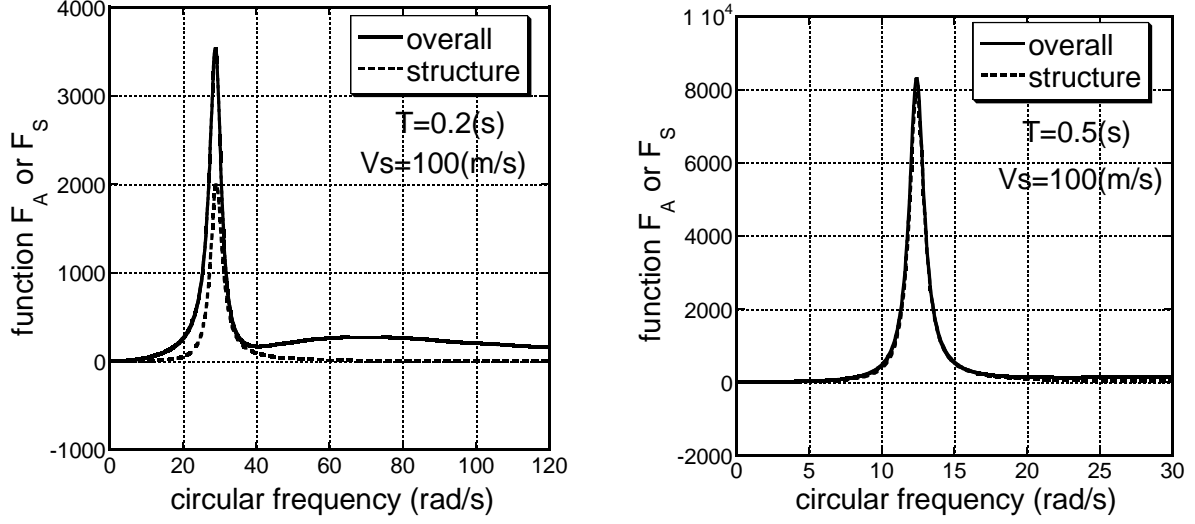


図 3.4(b) 地盤せん断波速度 $V_S = 100(\text{m/s})$ 、上部構造の固有周期 $T = 0.2, 0.5(\text{s})$ に対する、全体系へのエネルギー伝達関数 $F_A(\omega)$ (実線) と構造物単体へのエネルギー伝達関数 $F_S(\omega)$ (破線)

3.3 地震入力エネルギーの不確定パラメータ感度：1 次感度

印 (') は不確定パラメータ k_H, k_R, c_H, c_R の 1 つに対する微分を表す。1 つの不確定パラメータに対する、全体系と構造物単体への地震入力エネルギーの感度は、それぞれ、次のように表される。

$$E_I^{A'} = \int_0^\infty F_A(\omega)' \left| \ddot{U}_g(\omega) \right|^2 d\omega \quad (3.12a)$$

$$E_I^{S'} = \int_0^\infty F_S(\omega)' \left| \ddot{U}_g(\omega) \right|^2 d\omega \quad (3.12b)$$

ここで、

$$F_A(\omega)' = -\frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[m_0 H_{\ddot{U}_F}(\omega)' + m \{ H_{\ddot{U}_F}(\omega)' + h H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)' + H_{\ddot{U}}(\omega)' \} \right] \quad (3.13a)$$

$$\begin{aligned} F_S(\omega)' = & -\frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[m [H_{\ddot{U}_F}(\omega)' + h H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)' + H_{\ddot{U}}(\omega)'] \cdot \{ 1 + H_{\ddot{U}_F}^*(\omega) \} \right. \\ & \left. + m [1 + H_{\ddot{U}_F}(\omega) + h H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) + H_{\ddot{U}}(\omega)] \cdot H_{\ddot{U}_F}^*(\omega)' \right] \\ & -\frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[[I_R H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)' + m h \{ H_{\ddot{U}_F}(\omega)' + h H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)' + H_{\ddot{U}}(\omega)' \}] \cdot H_{\ddot{\Theta}_F}^*(\omega) \right. \\ & \left. + [I_R H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) + m h \{ 1 + H_{\ddot{U}_F}(\omega) + h H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) + H_{\ddot{U}}(\omega) \}] \cdot H_{\ddot{\Theta}_F}^*(\omega)' \right] \end{aligned} \quad (3.13b)$$

$\mathbf{H}_U = \{H_U(\omega) H_{UF}(\omega) H_{\Theta F}(\omega)\}^T$ と定義する。次のようになる。

$$\mathbf{H}_U = -\frac{1}{\omega^2} \{H_{\ddot{U}}(\omega) H_{\ddot{U}F}(\omega) H_{\ddot{\Theta}F}(\omega)\}^T \quad (3.14)$$

(3.1)式のフーリエ変換方程式の係数行列は次のように表される。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\omega^2 m + i\omega c + k & -\omega^2 m & -\omega^2 E_2 \\ -\omega^2 m & -\omega^2 E_1 + i\omega c_H + k_H & -\omega^2 E_2 \\ -\omega^2 E_2 & -\omega^2 E_2 & -\omega^2 E_3 + i\omega c_R + k_R \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

ここで、 $E_1 = m_0 + m, E_2 = mh, E_3 = mh^2 + I_{R0} + I_R$ 。伝達関数 \mathbf{H}_U は閉形表現で次のように得られる。

$$\mathbf{H}_U = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{r} = -\frac{1}{D} \{D_1 \ D_2 \ D_3\}^T \quad (3.16)$$

ここで、

$$D = (-\omega^2 m + i\omega c + k)(-\omega^2 E_1 + i\omega c_H + k_H)(-\omega^2 E_3 + i\omega c_R + k_R) - (\omega^2 m)^2 \left[h^2 \left\{ -\omega^2 m_0 + i\omega(c + c_H) + k + k_H \right\} - \omega^2 E_3 + i\omega c_R + k_R \right] \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} D_1 = & m \left\{ (-\omega^2 E_1 + i\omega c_H + k_H)(-\omega^2 E_3 + i\omega c_R + k_R) - (\omega^2 E_2)^2 \right\} \\ & + E_1 \left\{ (\omega^2 m)(-\omega^2 E_3 + i\omega c_R + k_R) + (\omega^2 E_2)^2 \right\} \\ & + E_2 \left\{ (\omega^2 E_2)(-\omega^2 m_0 + i\omega c_H + k_H) \right\} \end{aligned} \quad (3.18a)$$

$$\begin{aligned} D_2 = & m \left\{ (\omega^2 m)(-\omega^2 E_3 + i\omega c_R + k_R) + (\omega^2 E_2)^2 \right\} \\ & + E_1 \left\{ (-\omega^2 m + i\omega c + k)(-\omega^2 E_3 + i\omega c_R + k_R) - (\omega^2 E_2)^2 \right\} \\ & + E_2 \left\{ (\omega^2 E_2)(i\omega c + k) \right\} \end{aligned} \quad (3.18b)$$

$$\begin{aligned} D_3 = & m \left\{ (\omega^2 E_2)(-\omega^2 m_0 + i\omega c_H + k_H) \right\} \\ & + E_1 \left\{ (i\omega c + k)(\omega^2 E_2) \right\} \\ & + E_2 \left\{ (-\omega^2 m + i\omega c + k)(-\omega^2 E_1 + i\omega c_H + k_H) - (\omega^2 m)^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.18c)$$

振動数領域の運動方程式 $\mathbf{A}\mathbf{H}_U = -\mathbf{M}\mathbf{r}$ の不確定パラメターに対する微分は $\mathbf{A}\mathbf{H}_U' + \mathbf{A}'\mathbf{H}_U = \mathbf{0}$ になる。伝達関数の不確定パラメターに対する感度は、閉形表現で得られ、次のようになる。

$$\mathbf{H}_U' = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}'\mathbf{H}_U \quad (3.19)$$

\mathbf{A}' の陽な表現が、それぞれの不確定パラメターに関して得られる。

3.4 地震入力エネルギーの不確定パラメターに対する感度：高次感度

全体系と構造物単体への入力エネルギーの 2 次感度は、次のように表される。

$$E_I^{A''} = \int_0^\infty F_A(\omega)'' \left| \ddot{U}_g(\omega) \right|^2 d\omega \quad (3.20a)$$

$$E_I^{S''} = \int_0^\infty F_S(\omega)'' \left| \ddot{U}_g(\omega) \right|^2 d\omega \quad (3.20b)$$

ここで、

$$F_A(\omega)'' = -\frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[m_0 H_{\ddot{U}_F}(\omega)'' + m \{ H_{\ddot{U}_F}(\omega)'' + h H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)'' + H_{\ddot{U}}(\omega)'' \} \right] \quad (3.21a)$$

$$\begin{aligned} F_S(\omega)'' = & -\frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[m [H_{\ddot{U}_F}(\omega)'' + h H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)'' + H_{\ddot{U}}(\omega)''] \cdot \{1 + H_{\ddot{U}_F}^*(\omega)\} \right. \\ & + 2m [H_{\ddot{U}_F}(\omega)' + h H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)' + H_{\ddot{U}}(\omega)'] \cdot H_{\ddot{U}_F}^*(\omega)' \\ & \left. + m [1 + H_{\ddot{U}_F}(\omega) + h H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) + H_{\ddot{U}}(\omega)] \cdot H_{\ddot{U}_F}^*(\omega)'' \right] \\ & - \frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[[I_R H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)'' + m h \{ H_{\ddot{U}_F}(\omega)'' + h H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)'' + H_{\ddot{U}}(\omega)'' \}] \cdot H_{\ddot{\Theta}_F}^*(\omega) \right. \\ & 2[I_R H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)' + m h \{ H_{\ddot{U}_F}(\omega)' + h H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)' + H_{\ddot{U}}(\omega)'\}] \cdot H_{\ddot{\Theta}_F}^*(\omega)' \\ & \left. + [I_R H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) + m h \{ 1 + H_{\ddot{U}_F}(\omega) + h H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) + H_{\ddot{U}}(\omega) \}] \cdot H_{\ddot{\Theta}_F}^*(\omega)'' \right] \end{aligned} \quad (3.21b)$$

伝達関数の 2 次感度は、1 次感度の支配方程式 $\mathbf{A}\mathbf{H}_U' + \mathbf{A}'\mathbf{H}_U = \mathbf{0}$ を微分することにより、次のように得られる。

$$\mathbf{H}_U'' = -\mathbf{A}^{-1}(2\mathbf{A}'\mathbf{H}_U' + \mathbf{A}''\mathbf{H}_U) \quad (3.22a)$$

\mathbf{A}'' は消えるので、(3.22a)式は次のようになる。

$$\mathbf{H}_U'' = -2\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}'\mathbf{H}_U' \quad (3.22b)$$

この手順を繰り返し適用することにより、次の高次感度の表現が得られる。

$$\mathbf{H}_U^{(n)} = -n\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}^{(1)}\mathbf{H}_U^{(n-1)} \quad (3.23a)$$

ここで、 $()^{(n)}$ は、不確定パラメータに対する n 階の微分を表す。(3.23a)式を繰り返し適用すると、(3.23a)式は次のようにも表現できる。

$$\mathbf{H}_U^{(n)} = (-1)^n n! \{\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}^{(1)}\}^n \mathbf{H}_U \quad (3.23b)$$

これらの閉形表現による伝達関数の高次感度を用いることにより、全体系と構造物単体への入力エネルギーの高次感度が、次のように表される。

$$E_I^{A(n)} = \int_0^\infty F_A(\omega)^{(n)} \left| \ddot{U}_g(\omega) \right|^2 d\omega \quad (3.24a)$$

$$E_I^{S(n)} = \int_0^\infty F_S(\omega)^{(n)} \left| \ddot{U}_g(\omega) \right|^2 d\omega \quad (3.24b)$$

(3.24a,b)式において、 $F_A(\omega)^{(n)}$ と $F_S(\omega)^{(n)}$ は、(3.21a,b)式と同じ方法で得ることができる。

3.5 地震入力エネルギーの不確定性解析

得られた 1 次感度および高次感度の表現を用いて、変動するスウェイ剛性 k_H に対するエネルギー伝達関数 F_A と F_S の近似表現は次のようになる。

$$F_A(\omega; k_H + \Delta k_H) \cong F_A(\omega; k_H) + \sum_n \frac{k_H^n}{n!} \frac{\partial^n F_A(\omega)}{\partial k_H^n} \left(\frac{\Delta k_H}{k_H} \right)^n \quad (3.25a)$$

$$F_S(\omega; k_H + \Delta k_H) \cong F_S(\omega; k_H) + \sum_n \frac{k_H^n}{n!} \frac{\partial^n F_S(\omega)}{\partial k_H^n} \left(\frac{\Delta k_H}{k_H} \right)^n \quad (3.25b)$$

さらに、変動するスウェイ剛性 k_H に対する入力エネルギー E_I^A と E_I^S の近似表現は次のようになる。

$$E_I^A(k_H + \Delta k_H) \cong E_I^A(k_H) + \sum_n \frac{k_H^n}{n!} \frac{\partial^n E_I^A}{\partial k_H^n} \left(\frac{\Delta k_H}{k_H} \right)^n \quad (3.26a)$$

$$E_I^S(k_H + \Delta k_H) \cong E_I^S(k_H) + \sum_n \frac{k_H^n}{n!} \frac{\partial^n E_I^S}{\partial k_H^n} \left(\frac{\Delta k_H}{k_H} \right)^n \quad (3.26b)$$

同じ手順が、他の不確定パラメータに関しても適応される。

現時点での定式化においては、提案された方法の簡潔で本質的な表現のため、基礎の水平動と

回転動の連結項は考慮されていないが、それらを含むことは全く難しいことではない。その場合、(3.16),(3.19),(3.22),(3.23)式は、異なる形の閉形表現で得られる。

(3.8)式の不確定パラメータに対する微分表現 $E_I^{S'}$ の積分の中にある、応答 $\dot{\mathbf{u}}$, $\ddot{\mathbf{u}}$ とそれらの応答感度 $\dot{\mathbf{u}}'$, $\ddot{\mathbf{u}}'$ は、ある数値積分法により評価されるべきであるのに対して、(3.12)-(3.23)式により提案された方法は、(3.12),(3.20),(3.24)式の積分の中に閉形表現を含む。この特徴は、入力エネルギーの感度計算において、安定した信頼性のある結果を導く。

3.6 数値例

3.6.1 地震入力エネルギー

1 層のせん断型モデルに対する数値例を示す。床質量と床質量の回転慣性は、 $m = 30 \times 10^3 (\text{kg})$, $I_R = 1.6 \times 10^5 (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$, $m_0 = 90 \times 10^3 (\text{kg})$, $I_{R0} = 4.8 \times 10^5 (\text{kg} \cdot \text{m}^2)$ とする。階高は、 $h = 3.5 (\text{m})$ とする。水平ばねと回転ばねの剛性とダッシュポットの減衰係数は、公式 (Parmelee 1970) により評価される。

$$k_H = (6.77 / (1.79 - \nu)) Gr \quad (3.27a)$$

$$k_R = (2.52 / (1.00 - \nu)) Gr^3 \quad (3.27b)$$

$$c_H = (6.21 / (2.54 - \nu)) \rho V_S r^2 \quad (3.27c)$$

$$c_R = (0.136 / (1.13 - \nu)) \rho V_S r^4. \quad (3.27d)$$

地盤密度とポアソン比は、 $\rho = 1.8 \times 10^3 (\text{kg/m}^3)$, $\nu = 0.35$ とする。基礎半径は、 $r = 4 (\text{m})$ とする。2 つの等価せん断波速度、 $V_S = 50, 100 (\text{m/s})$ を与える。「等価せん断波速度」は、地震荷重下の表層地盤のせん断ひずみが大きくなる所ではかなり小さくなるため (竹脇 2004b)、幾分小さな地盤のせん断波速度が考慮されている。上部構造の減衰定数は 0.05 である。図 3.4(a),(b)は、 $V_S = 50, 100 (\text{m/s})$, 構造物の固有周期 $T = 0.2, 0.5 (\text{s})$ におけるエネルギー伝達関数 $F_A(\omega), F_S(\omega)$ のグラフを表す。

エルセントロ NS 入力における 1 層せん断型モデルへの地震入力エネルギーの数値例が示されている。図 3.5 は、エルセントロ NS のフーリエ加速度を表す。

表 3.1 は、エルセントロ NS 1940 の下での全体系への入力エネルギー E_I^A と構造物単体への入力エネルギー E_I^S を、通常の時間領域での方法と、提案された振動数領域の方法で比較したものである。基礎固定モデルの 3 つの固有周期が用いられている。地盤の等価せん断波速度は、 $V_S = 50, 100 (\text{m/s})$ とする。提案された振動数領域の方法は、妥当な精度を有することが認められる。

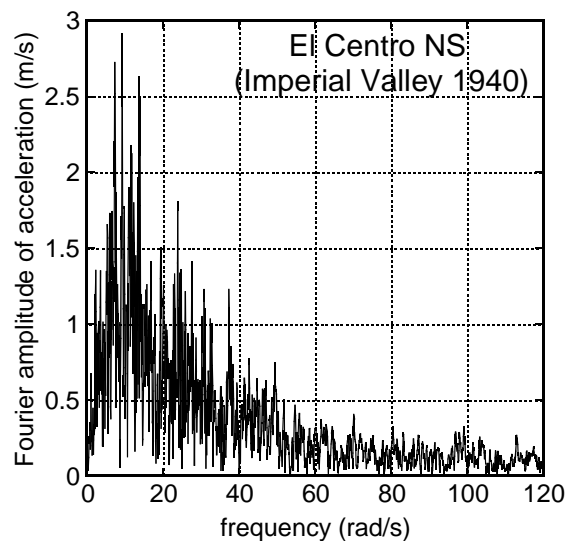


図 3.5 エルセントロ NS (Imperial Valley 1940)に対するフーリエ加速度振幅

表 3.1 エルセントロ NS 1940 の下での全体系への入力エネルギー E_I^A と構造物単体への入力エネルギー E_I^S (通常の時間領域の方法と提案された振動数領域の方法で比較) :

(a) $V_S = 50(\text{m/s})$, (b) $V_S = 100(\text{m/s})$

T_1 (s)		0.5	1.0	1.5
時間領域	E_I^A (J)	4.02E + 04	2.93E + 04	1.99E + 04
	E_I^S (J)	2.37E + 04	1.98E + 04	1.03E + 04
振動数領域	E_I^A (J)	4.10E + 04	2.94E + 04	1.99E + 04
	E_I^S (J)	2.39E + 04	1.97E + 04	1.02E + 04

(a) 地盤せん断波速度 $V_S = 50(\text{m/s})$

T_1 (s)		0.5	1.0	1.5
時間領域	E_I^A (J)	2.74E + 04	2.22E + 04	1.26E + 04
	E_I^S (J)	2.39E + 04	1.97E + 04	1.00E + 04
振動数領域	E_I^A (J)	2.78E + 04	2.19E + 04	1.26E + 04
	E_I^S (J)	2.43E + 04	1.93E + 04	0.996E + 04

(b) 地盤せん断波速度 $V_S = 100(\text{m/s})$

3.6.2 地震入力エネルギーの不確定パラメーターに対する 1 次感度

ここでは、構造物の固有周期 $T = 0.1(\text{s})$ 、地盤のせん断波速度 $100(\text{m/s})$ のモデルを扱う。その他のパラメーターは 3.6.1 節と同じである。(3.27)式から得られる剛性 k_H, k_R と減衰係数 c_H, c_R は、公称値と呼ばれる。不確定パラメーターに対する地震入力エネルギーの感度はこの公称値周りで考慮される。

図 3.6(a),(b)の実線は、(3.14)-(3.19)式を用いて(3.13)式の閉形表現から得られた感度 $\partial F_S(\omega)/\partial k_H$, $\partial F_S(\omega)/\partial c_H$ を表している。剛性の感度 $\partial F_S(\omega)/\partial k_H$ は正負の両方の値をとるのに対して、減衰の感度 $\partial F_S(\omega)/\partial c_H$ は負の値のみをとることが分かる。この理由は、振動数、すなわち、エネルギー伝達関数の最大値を与える相互作用モデルの固有振動数が、地盤剛性の変動により移動するのに対し、地盤減衰の変動に関しては移動しないためである。もし最大値に対応する振動数が正の方向に移動すれば、相互作用モデルの固有振動数よりも低い振動数の範囲の感度が負になり、相互作用モデルの固有振動数よりも高い振動数の範囲の感度が正になる。図 3.6(a),(b)の点線は、有限差分で得られた対応する感度を表している。(3.14)式の伝達関数は、(3.16)式の閉形表現を用いずに数値的に得られたものを用いる。剛性の不確定パラメーターに対する感度は、安定した形状を示すのに対して、減衰の不確定パラメーターに対する感度は、有限差分の値により不安定な形状を示す。これは、(3.12)-(3.19)式の地震入力エネルギーの感度の閉形表現は、信頼性が非常に高いことを示している。

表 3.2 は、エルセントロ NS 1940 の下での不確定パラメーターに対する入力エネルギー感度を、有限差分（1%差分）を用いた通常的时间領域の方法と、有限差分（1%差分）を用いた提案された振動数領域の方法と、閉形表現(3.12)式を用いた振動数領域の方法とで比較したものである。地盤の等価せん断波速度と、上部構造の基礎固定時 1 次固有周期は、 $V_S = 100(\text{m/s})$, $T_1 = 0.1(\text{s})$ とする。有限差分を用いた提案された振動数領域の方法は、閉形表現(3.12)式を用いた提案された振動数領域の方法とよい対応を示すのに対し、有限差分を用いた通常的时间領域の方法は、不確定パラメーターに依存して幾分異なる感度を示すことが分かる。閉形表現(3.12)式を用いた提案された振動数領域の方法では、入力地震動の高速フーリエ変換と振動数領域での数値積分以外にはエラーが起こらないので、有限差分を用いた通常的时间領域の方法では、数値時間積分から起こるエラーを含む恐れがあるということが言える。有限差分を用いた通常的时间領域の方法では、数値時間積分は、異なる不確定パラメーターを含む 2 つのモデルに対して実行されなければならない、数値エラーはその過程に存在する可能性がある。それに対して、(3.12)式および(3.20)式の閉形表現を用いた提案された振動数領域の方法では、(3.12)式と(3.20)式の中の応答と入力完全に独立しており、不確定パラメーターに対する閉形表現での感度 $F_S(\omega)'$, $F_S(\omega)''$ は、入力地震動の高速フーリエ変換に依存しないということは重要な性質である。これは、入力エネルギーの感度計算に有限差分を用いた通常的时间領域の方法を用いる場合、気を付けなければならない性質である。

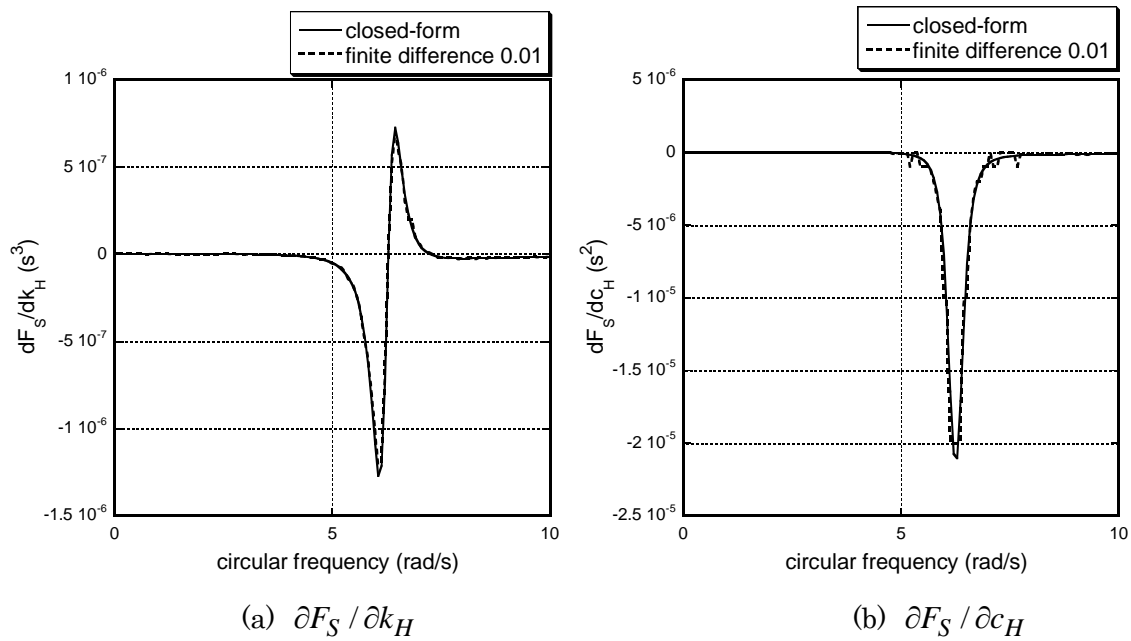


図 3.6 エネルギー伝達関数 $F_S(\omega)$ の 1 次感度：提案された閉形表現および有限差分による解析法

表 3.2 不確定パラメータに関する入力エネルギーの 1 次感度：有限差分を用いた時間領域の方法、有限差分を用いた提案された振動数領域の方法、(3.12)式の閉形表現を用いた振動数領域の方法による比較： エルセントロ NS 1940, $V_S = 100(\text{m/s})$, $T_1 = 0.1(\text{s})$

評価方法	採用される公式	$\partial E_I^S / \partial k_H$ (m^2)	$\partial E_I^S / \partial k_R$	$\partial E_I^S / \partial c_H$ (m^2/s)	$\partial E_I^S / \partial c_R$ ($1/\text{s}$)
有限差分	時間領域	-0.532E-06	0.295E-07	-0.162E-04	-0.800E-06
	振動数領域 (F1)	-0.662E-06	0.198E-07	-0.159E-04	-0.700E-06
閉形表現	振動数領域 (F2)	-0.665E-06	0.200E-07	-0.159E-04	-0.703E-06

3.6.3 地震入力エネルギーの不確定パラメータに対する変動

(1) エネルギー伝達関数の変動

図 3.7(a)は、 $V_S = 50(\text{m/s})$ に対するエネルギー伝達関数 $F_S(\omega)$ のプロットを表す。実線は、元のスウェイ剛性 k_H に対する値を表す。×印は、スウェイ剛性 k_H を 20%増加させた場合の値を表

す。1次および2次のTaylor展開（(3.25b)式）による近似表現も図3.7(a)に表されている。この場合、1次近似よりも2次近似の方がよりよく近似していることが分かる。図3.7(b)は、スウェーイ剛性 k_H を100%増加させた場合の対応する図を表す。この場合、2次近似でさえも十分な近似とはいえないことが分かる。図3.8(a),(b)は、 $V_S = 100(\text{m/s})$ における、対応する図を表す。

図3.9(a)は、 $V_S = 50(\text{m/s})$ に対するエネルギー伝達関数 $F_S(\omega)$ のプロットを表す。実線は、元のスウェーイ減衰係数 c_H に対する値を表す。×印は、スウェーイ減衰係数 c_H を20%増加させた場合の値を表す。1次および2次のTaylor展開による近似表現も図3.9(a)に表されている。図3.9(b)は、スウェーイ減衰係数 c_H を100%増加させた場合の対応する図を表す。この場合、1次近似よりも2次近似の方がよりよく近似していることが分かる。図3.10(a),(b)は、 $V_S = 100(\text{m/s})$ における、対応する図を表す。

図3.11(a)は、 $V_S = 50(\text{m/s})$ に対するエネルギー伝達関数 $F_A(\omega)$ のプロットを表す。実線は、元のスウェーイ剛性 k_H に対する値を表す。×印は、スウェーイ剛性 k_H を20%増加させた場合の値を表す。1次および2次のTaylor展開（(3.25a)式）による近似表現も図3.11(a)に表されている。この場合、1次近似よりも2次近似の方がよりよく近似していることが分かる。図3.11(b)は、スウェーイ剛性 k_H を100%増加させた場合の対応する図を表す。この場合、2次近似でさえも十分な近似とはいえないことが分かる。図3.12(a),(b)は、 $V_S = 100(\text{m/s})$ における、対応する図を表す。

図3.13(a)は、 $V_S = 50(\text{m/s})$ に対するエネルギー伝達関数 $F_A(\omega)$ のプロットを表す。実線は、元のスウェーイ減衰係数 c_H に対する値を表す。×印は、スウェーイ減衰係数 c_H を20%増加させた場合の値を表す。1次および2次のTaylor展開による近似表現も図3.13(a)に表されている。図3.13(b)は、スウェーイ減衰係数 c_H を100%増加させた場合の対応する図を表す。この場合、1次近似よりも2次近似の方がよりよく近似していることが分かる。図3.14(a),(b)は、 $V_S = 100(\text{m/s})$ における、対応する図を表す。

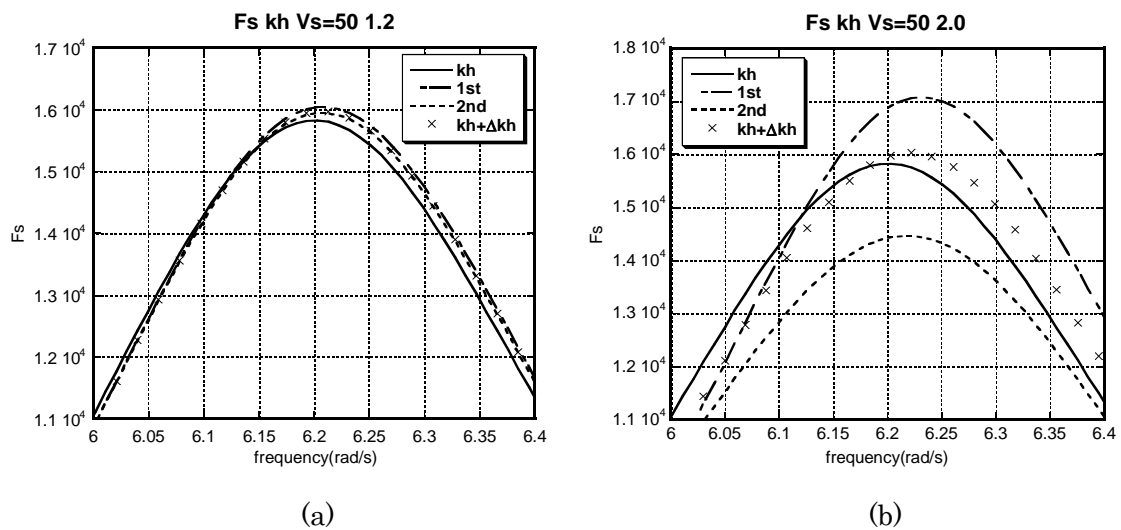
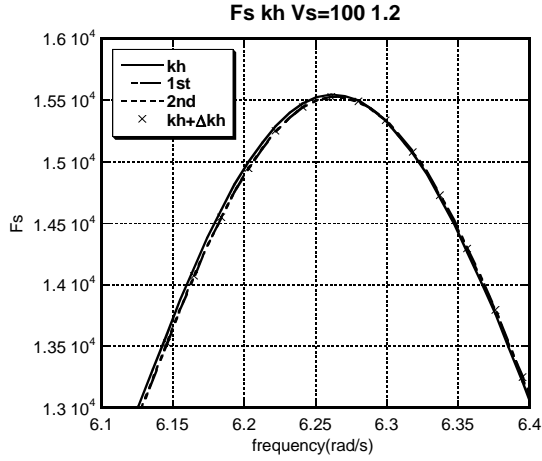
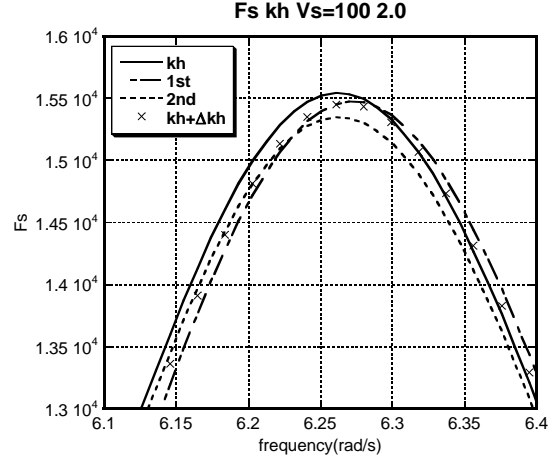


図 3.7 スウェーイ剛性の変動に対するエネルギー伝達関数 $F_S(\omega)$: $V_S = 50(\text{m/s})$

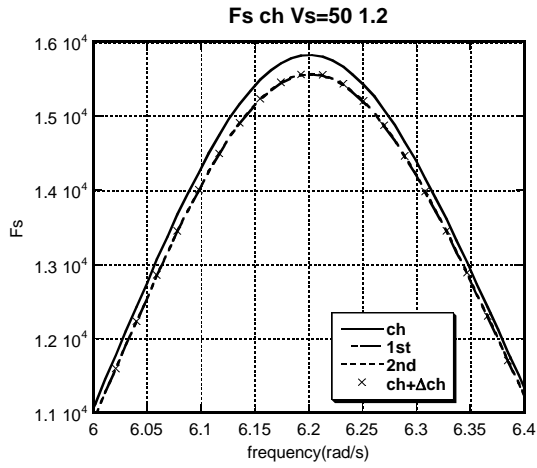


(a)

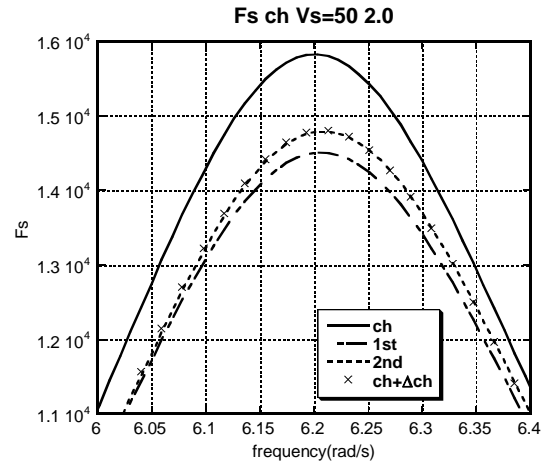


(b)

図 3.8 スウェイ剛性の変動に対するエネルギー伝達関数 $F_S(\omega)$: $V_S = 100(\text{m/s})$

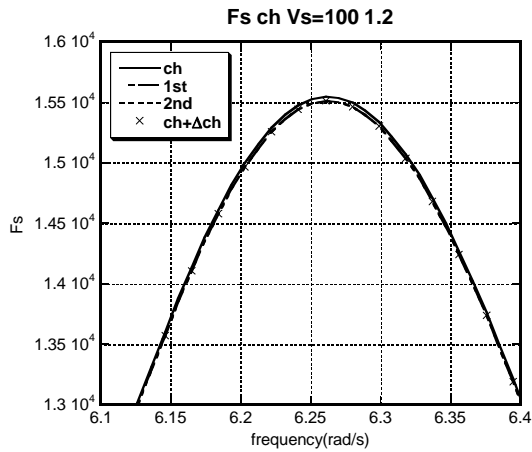


(a)

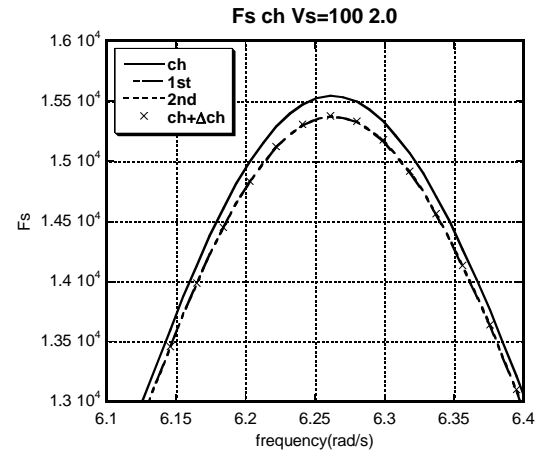


(b)

図 3.9 スウェイ減衰係数の変動に対するエネルギー伝達関数 $F_S(\omega)$: $V_S = 50(\text{m/s})$



(a)



(b)

図 3.10 スウェイ減衰係数の変動に対するエネルギー伝達関数 $F_S(\omega)$: $V_S = 100(\text{m/s})$

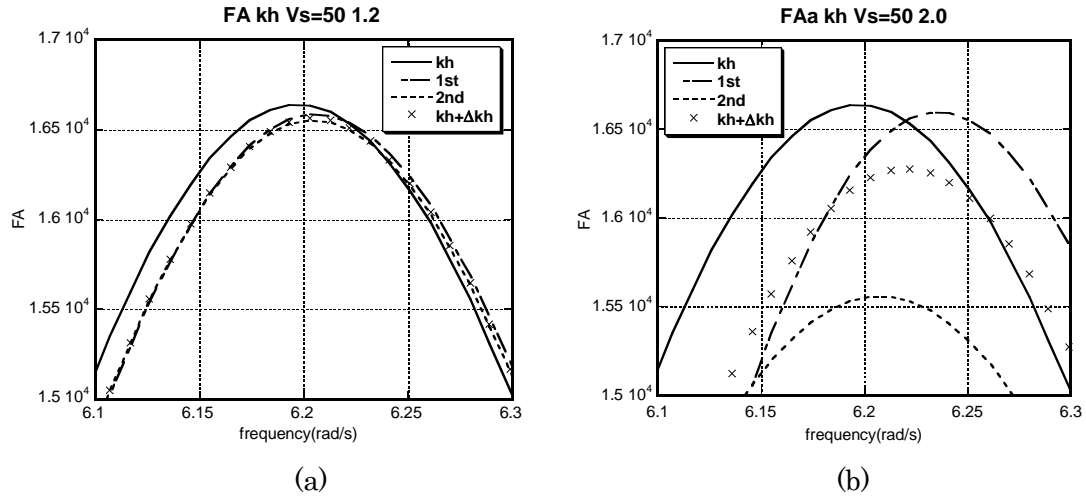


図 3.11 スウェイ剛性の変動に対するエネルギー伝達関数 $F_A(\omega)$: $V_S = 50(\text{m/s})$

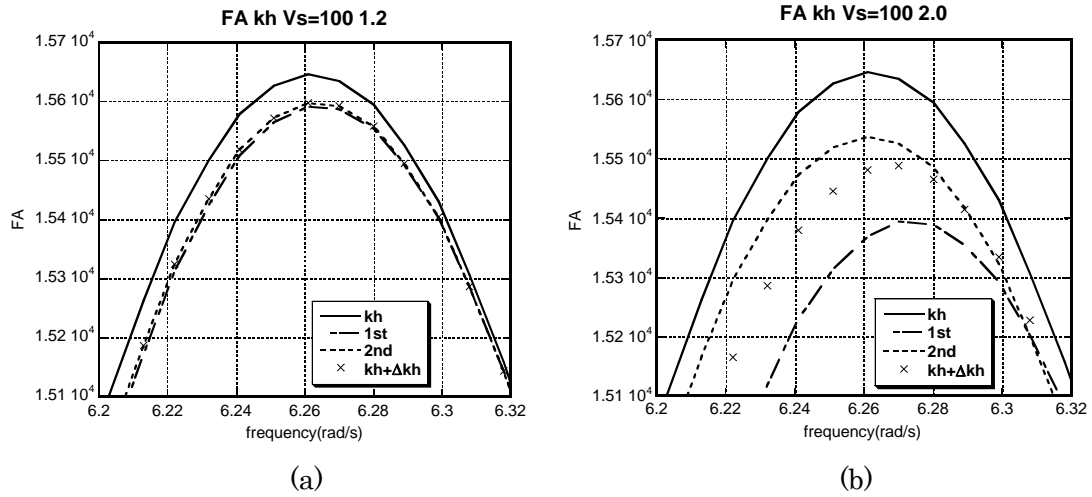


図 3.12 スウェイ剛性の変動に対するエネルギー伝達関数 $F_A(\omega)$: $V_S = 100(\text{m/s})$

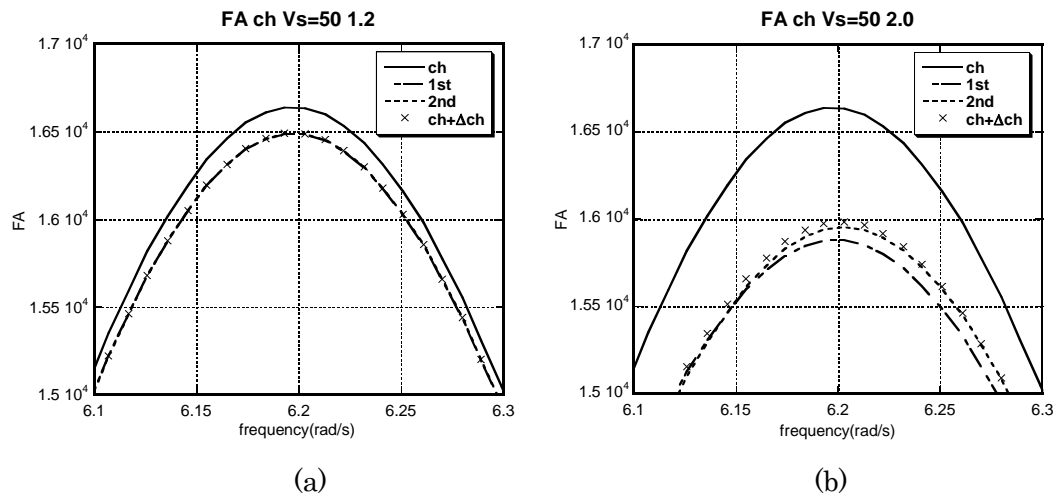


図 3.13 スウェイ減衰係数の変動に対するエネルギー伝達関数 $F_A(\omega)$: $V_S = 50(\text{m/s})$

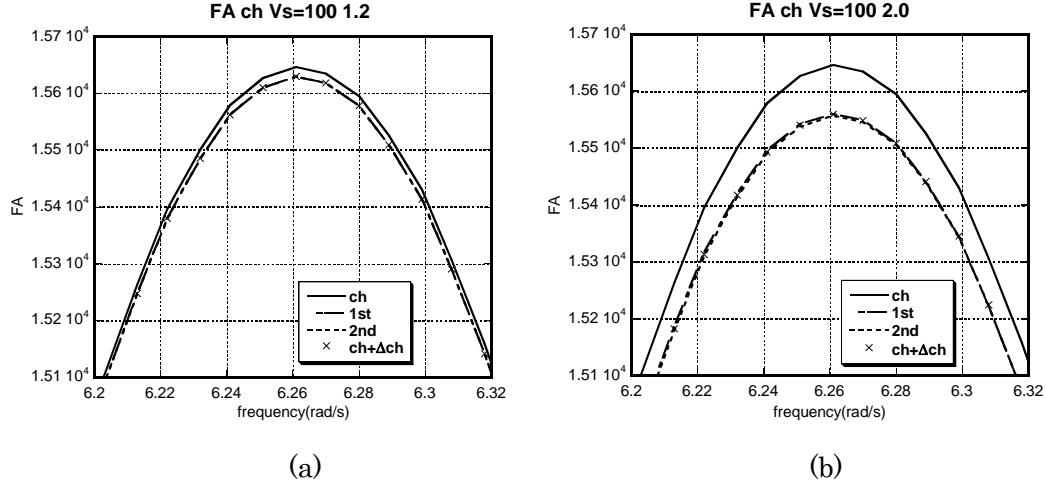


図 3.14 スウェー減衰係数の変動に対するエネルギー伝達関数 $F_A(\omega)$: $V_S = 100(\text{m/s})$

(2) 地震入力エネルギーの変動

図 3.15(a)は、 $V_S = 50(\text{m/s})$ における E_I^S のスウェー剛性 k_H に対する変動を表す。実線は、実際の変動を表す。1 次近似および 2 次近似によるもの ((3.26b)式) も表されている。2 次まで考慮した Taylor 展開表現は、 k_H の 20%増の変動まで妥当な精度で入力エネルギーを予測できることが分かる。図 3.15(b)は、 $V_S = 100(\text{m/s})$ における E_I^S のスウェー剛性 k_H に対する変動を表す。実線は、実際の変動を表す。1 次近似および 2 次近似によるものも表されている。2 次まで考慮した Taylor 展開表現は、-30%から 100%までの k_H の変動の範囲内において妥当な精度で入力エネルギーを予測できることが分かる。

図 3.16(a)は、 $V_S = 50(\text{m/s})$ における E_I^S のスウェー減衰係数 c_H に対する変動を表す。実線は、実際の変動を表す。1 次近似および 2 次近似によるものも表されている。2 次まで考慮した Taylor 展開表現は、-50%から 100%までの c_H の変動の範囲内において妥当な精度で入力エネルギーを予測できることが分かる。図 3.16(b)は、 $V_S = 100(\text{m/s})$ における E_I^S のスウェー減衰係数 c_H に対する変動を表す。実線は、実際の変動を表す。1 次近似および 2 次近似によるものも表されている。2 次まで考慮した Taylor 展開表現は、-50%から 100%までの c_H の変動の範囲内において妥当な精度で入力エネルギーを予測できることが分かる。

図 3.17(a)は、 $V_S = 50(\text{m/s})$ における E_I^A のスウェー剛性 k_H に対する変動を表す。実線は、実際の変動を表す。1 次近似および 2 次近似によるもの ((3.26a)式) も表されている。2 次まで考慮した Taylor 展開表現は、-30%から 40%までの k_H の変動の範囲内において妥当な精度で入力エネルギーを予測できることが分かる。図 3.17(b)は、 $V_S = 100(\text{m/s})$ における E_I^A のスウェー剛性 k_H に対する変動を表す。実線は、実際の変動を表す。1 次近似および 2 次近似によるものも表されている。2 次まで考慮した Taylor 展開表現は、-20%から 20%までの k_H の変動の範囲内において妥当な精度で入力エネルギーを予測できることが分かる。

図 3.18(a)は、 $V_S = 50(\text{m/s})$ における E_I^A のスウェー減衰係数 c_H に対する変動を表す。実線は、実際の変動を表す。1 次近似および 2 次近似によるものも表されている。2 次まで考慮した Taylor

展開表現は、-30%から 30%までの c_H の変動の範囲内において妥当な精度で入力エネルギーを予測できることが分かる。図 3.18(b)は、 $V_S = 100(\text{m/s})$ における E_I^A のスウェイ減衰係数 c_H に対する変動を表す。実線は、実際の変動を表す。1 次近似および 2 次近似によるものも表されている。2 次まで考慮した Taylor 展開表現は、-20%から 30%までの c_H の変動の範囲内において妥当な精度で入力エネルギーを予測できることが分かる。

$\Delta k_H / k_H$ と $\Delta c_H / c_H$ に対する E_I^A および E_I^S のパラメトリックな計算は、非常に多くの時間を要する。なぜならば、振動数領域の数値積分の精度を向上させる必要があり、高速フーリエ変換において振動数の増分を小さくするためには、多くの末尾の零が必要となるからである。

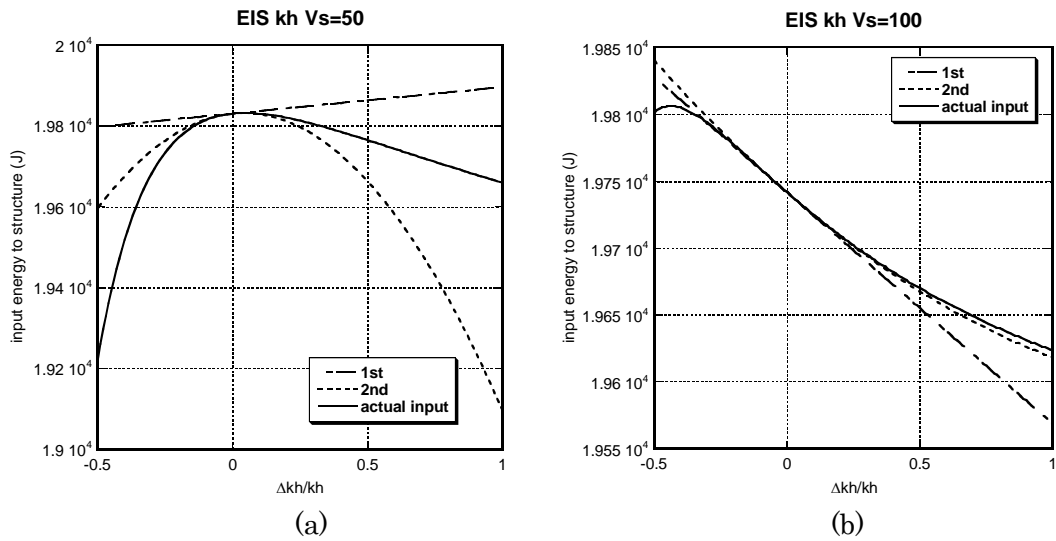


図 3.15 スウェイ剛性に対する地震入力エネルギー E_I^S の変動: $V_S = 50(\text{m/s})$, $V_S = 100(\text{m/s})$

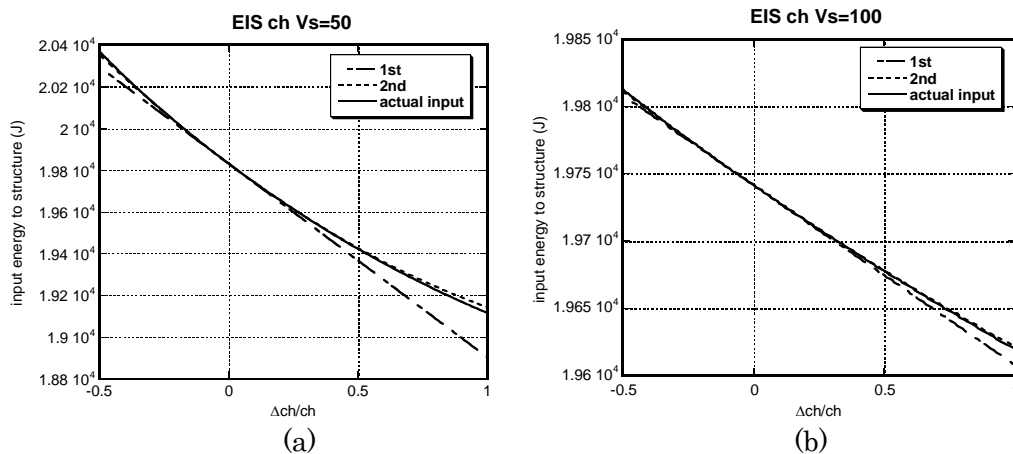


図 3.16 スウェイ減衰係数に対する地震入力エネルギー E_I^S の変動:

$$V_S = 50(\text{m/s}), V_S = 100(\text{m/s})$$

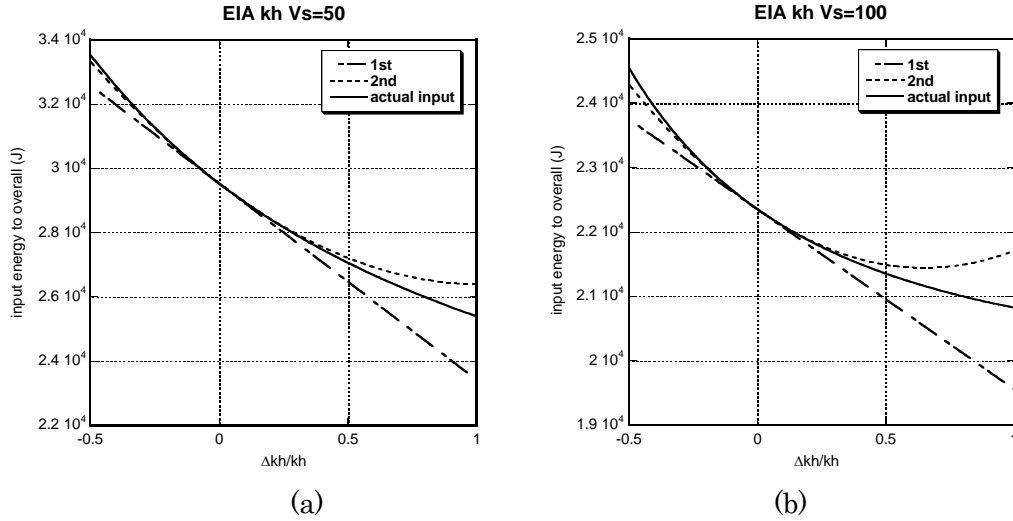


図 3.17 スウェイ剛性に対する地震入力エネルギー E_I^A の変動 : $V_S = 50(\text{m/s})$, $V_S = 100(\text{m/s})$

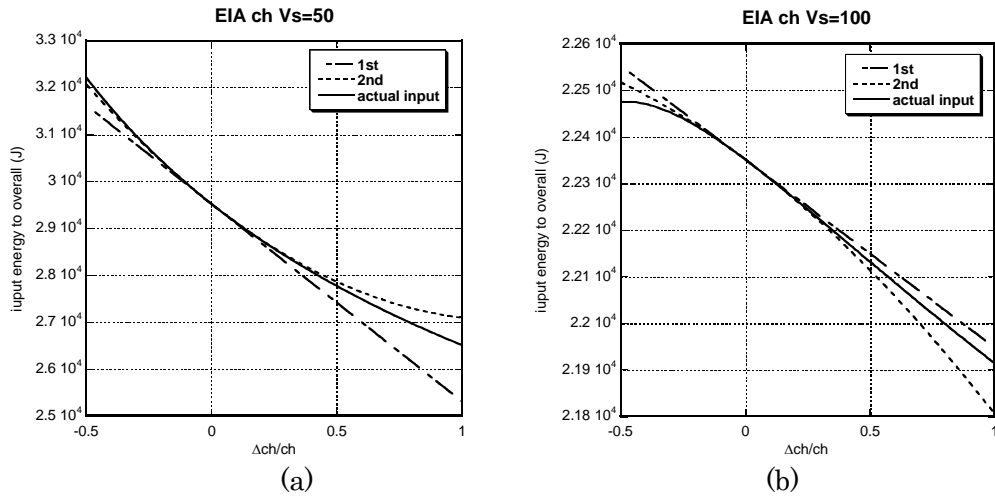


図 3.18 スウェイ減衰係数に対する地震入力エネルギー E_I^A の変動 :

$$V_S = 50(\text{m/s}), V_S = 100(\text{m/s})$$

3.7 結論

- (1) 地震時に入力されるエネルギーは、特性の異なる多数の部分構造を含む構造物 - 地盤連成系 (SSI システム) に対して、地震時要求性能の重要な基準である。全体系と構造物単体への入力エネルギーの差は、地盤に放射あるいは、逸散するエネルギーを表している。
- (2) 構造物と全体の SSI システムへの最終的な地震入力エネルギーは、振動数領域のアプローチを利用することにより、簡潔な形で得られる。振動数領域での入力エネルギーの評価に必要な伝達関数は、振動数領域の運動方程式における係数行列の逆行列の陽な表現を得ることにより、閉形表現で得られる。

- (3) 全体系と構造物単体への地震入力エネルギーの不確定パラメーターに対する高次感度さえも、振動数領域のアプローチを利用することにより、閉形表現で得ることができる。地震入力エネルギーの高次感度の評価に必要な伝達関数の高次感度は、振動数領域の運動方程式を用いることにより、閉形表現で得られる。
- (4) エネルギー伝達関数の変動の評価と、地震入力エネルギーの変動の評価に対して提案された方法は、ある範囲内で妥当な精度を有し、高い信頼性と有効性を有することがパラメトリック解析による変動の結果との比較により確認された。

参考文献

- Akiyama H. (1985). *Earthquake resistant limit-state design for buildings*. University of Tokyo Press, Tokyo, Japan.
- Anderson JC, Bertero VV. (1987). Uncertainties in establishing design earthquakes. *J Struct Engng, ASCE*, **113**(8): 1709-1724.
- Chopra, AK. (1995). *Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering*. Prentice-Hall: Englewood Cliffs, NJ.
- Drenick RF. (1970). Model-free design of aseismic structures. *J Engng Mech Div, ASCE*, **96**(EM4): 483-493.
- Housner GW. (1959). Behavior of structures during earthquakes. *J Engng Mech Div, ASCE*, **85**(4): 109-129.
- Housner GW, Jennings PC. (1977). The capacity of extreme earthquake motions to damage structures. 'Structural and geotechnical mechanics': A volume honoring NM Newmark edited by WJ Hall, 102-116, Prentice-Hall Englewood Cliff, NJ.
- Iyengar, R. N., and Manohar, C. S. (1987). Nonstationary random critical seismic excitations. *J. Engrg. Mech., ASCE*, **113**(4), 529-541.
- Kishida, A. and Takewaki, I. (2006). Exact higher-order sensitivity and variation of earthquake energy input in soil-structure interaction system, *An International Journal of Advances in Structural Engineering*, **9**(5), 653-669.
- Kuwamura H, Kirino Y, Akiyama H. (1994). Prediction of earthquake energy input from smoothed Fourier amplitude spectrum. *Earthquake Engng Struct Dyn*, **23**: 1125-1137.
- Luco, J.E. (1980). *Linear soil-structure interaction*. UCRL-15272, Lawrence Livermore Laboratory, Livermore, CA.
- Lyon RH. (1975). *Statistical energy analysis of dynamical systems*. The MIT Press,

Cambridge, MA.

- Manohar, C. S., and Sarkar, A. (1995). Critical earthquake input power spectral density function models for engineering structures. *Earthquake Engng Struct Dyn*; **24**, 1549-1566.
- 大井謙一、田中 尚、高梨晃一、地震動による構造物へのエネルギー入力の統計量予測に関する基礎的考察, 日本建築学会論文報告集 347, 47-55, 1985 年 1 月.
- Ordaz M, Huerta B, Reinoso E. (2003). Exact computation of input-energy spectra from Fourier amplitude spectra. *Earthquake Engng Struct Dyn*; **32**: 597-605.
- Parmelee RA. (1970). The influence of foundation parameters on the seismic response of interaction systems. *Proc. of the 3rd Japan Earthquake Engineering Symposium*; 49-56.
- Shinozuka M. (1970). Maximum structural response to seismic excitations. *J Engng Mech Div, ASCE*; **96**(EM5): 729-738.
- Takewaki I. (2001). Probabilistic critical excitation for MDOF elastic-plastic structures on compliant ground. *Earthquake Engng Struct Dyn*; **30**(9): 1345-1360.
- Takewaki I. (2002a). Critical excitation method for robust design: A review. *J Struct Engng, ASCE*; **128**(5): 665-672.
- Takewaki I. (2002b). Robust building stiffness design for variable critical excitations. *J Struct Engng, ASCE*; **128**(12): 1565-1574.
- Takewaki I. (2004a). Bound of earthquake input energy. *J Struct Engng, ASCE*; **130**(9): 1289-1297.
- Takewaki I. (2004b). Response spectrum method for nonlinear surface ground analysis, *An Int. J. Advances in Structural Engineering*; **7**(6): 503-514.
- Trifunac MD, Hao TY, Todorovska MI. (2001). On energy flow in earthquake response. Report CE 01-03, July 2001, University of Southern California.
- Uang CM, Bertero VV. (1990). Evaluation of seismic energy in structures. *Earthquake Engng Struct Dyn*; **19**: 77-90.
- Wolf JP. (1985). *Dynamic soil-structure interaction*. Prentice-Hall, Inc.
- Wolf JP. (1988). *Soil-structure-interaction analysis in time domain*. Prentice-Hall, Inc.

第 4 章

杭基礎構造物に入力される地震エネルギーの不確定性解析

4.1 序

設計用地震動の作成においては、地震動が多くの不確定性を有することは広く認められており (Anderson and Bertero 1987)、特定の敷地での将来の地震動の発生事象を、時刻と頻度の両方において正確に予測することは容易ではないように思われる。従って、限られた情報の下でこれらの不確定性を考慮に入れ、より広範囲のレベルの設計用地震動に対しても安全な設計を可能にするロバスト設計法を発展させることが強く望まれている (Drenick 1970; Shinozuka 1970)。この観点から、幾つかの有効な極限外乱法が展開されてきた (Iyengar and Manohar 1987; Manohar and Sarkar 1995; Takewaki 2001, 2002a, b, 2004a)。

極限外乱法は入力地震動の不確定性を考慮した手法であるのに対して、本論文では、地盤特性に関する不確定性が杭基礎構造物の応答に及ぼす影響を明らかにする。ここでは地震入力エネルギーを取り上げ振動数領域で評価する。構造物への地震入力エネルギーは、振動数領域のアプローチを利用することによって簡潔な形で得られる。振動数領域の入力エネルギーの評価に必要な伝達関数は、運動方程式の係数行列の逆行列を用いて閉形表現で表すことができる。また、構造物への入力エネルギーの不確定パラメータに関する高次感度も、振動数領域の方法を利用することによって閉形表現で得ることができることが示される。構造物への地震入力エネルギーの高次感度を評価するために必要な伝達関数の高次感度は、振動数領域の運動方程式を利用することによって、閉形表現で得られる。

第 3 章では、SR モデルに入力される地震エネルギーのスウェイばね剛性、減衰係数およびロッキングばね剛性、減衰係数に対する不確定性解析を行った (Kishida and Takewaki 2006)。ここでは、スウェイばね剛性、減衰係数、ロッキングばね剛性、減衰係数は、独立したものとして扱っていたため、より広範囲な問題を取り扱うことができた。本章では、この 4 つのばねおよびダッシュポットに共通に含まれるパラメータの変動を考えるため、四者の間には従属性が存在する。不確定パラメータとして地盤ヤング係数を取り上げ、構造物 - 杭系に入力される地震エネルギーの地盤ヤング係数に対する不確定性解析を行う (Kishida and Takewaki 2007)。この時、構造物 - 杭系を、上部 1 自由度 SR モデルに置換することによって、SR モデルに入力される地震エネルギーの不確定解析 (Kishida and Takewaki 2006) を有効に用いることができる。具体的には、構造物 - 杭系に入力されるエネルギーの地盤ヤング係数に対する感度が、SR モデルに入力されるエネルギーのスウェイ・ロッキングばねの剛性とダッシュポットの減衰係数に対する感度を用い、振動数領域の方法を利用することにより閉形表現で得られる。但し、振動数領域での数値積分は必要となる。

4.2 地盤特性に関する不確定性

地盤特性に関する不確定性の具体的な例として、観測された N 値のばらつきを取り上げる。地下水のない場合、N 値と地盤ヤング係数の間には、おおむね次のような関係がある（日本建築学会 2001）。

$$\text{過圧密された砂} \quad E_s = 2.8N \quad (\text{MN/m}^2) \quad (4.1)$$

$$\text{正規圧密された砂} \quad E_s = 1.4N \quad (\text{MN/m}^2) \quad (4.2)$$

図 4.1 は、3 種類の方法で軟弱層を計測したデータの比較であり、左図が N 値、右図が一軸圧縮強度を表す。N 値のデータを見ると、試験方法によって N 値の値が異なっていることが分かる。

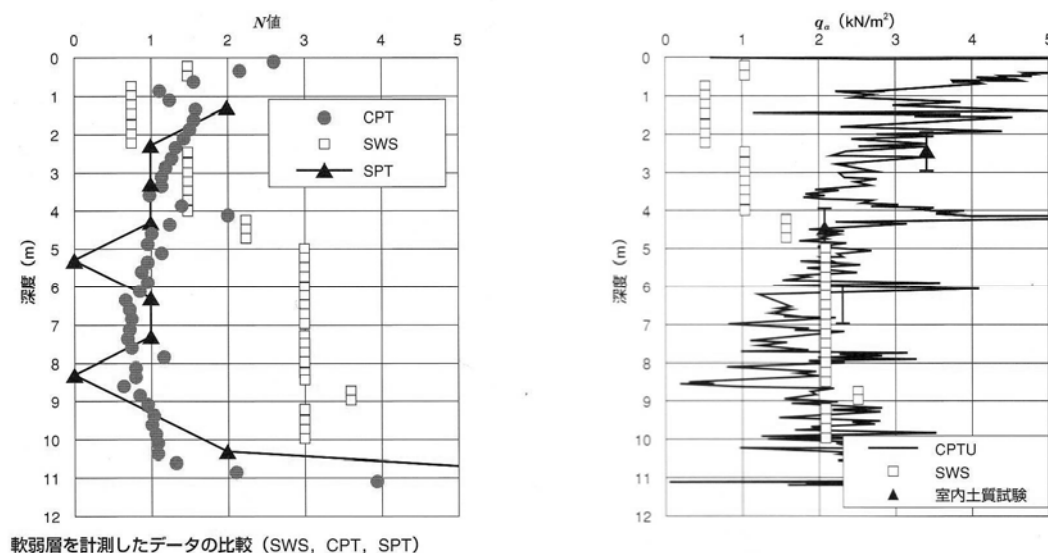


図 4.1 軟弱層を計測したデータの比較 (SWS, CPT, SPT)

(若命善雄：住宅地盤調査の信頼性と最適な基礎設計，建築技術，No.678, pp.84-86,
2006 年 7 月号,より抜粋)

図 4.2 は、ドライブハンマーの落下方法と調査者の違いによる N 値のばらつきを表す。

このように、試験方法や調査者の違いによって N 値は大きくばらつく。(4.1),(4.2)式より、N 値の不確定性は、地盤ヤング係数の不確定性と結びつくであろう。本章では、このような地盤ヤング係数の不確定性を考えるものとする。

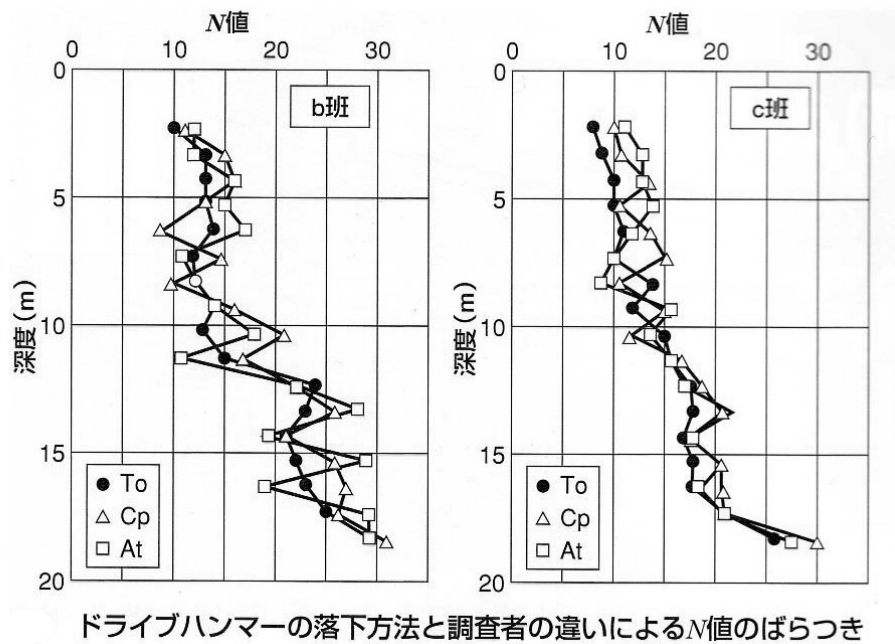


図 4.2 ドライブハンマーの落下方法と調査者の違いによる N 値のばらつき
(田部井哲夫：標準貫入試験，建築技術，No.678，pp.106-109，2006 年 7 月号より抜粋)

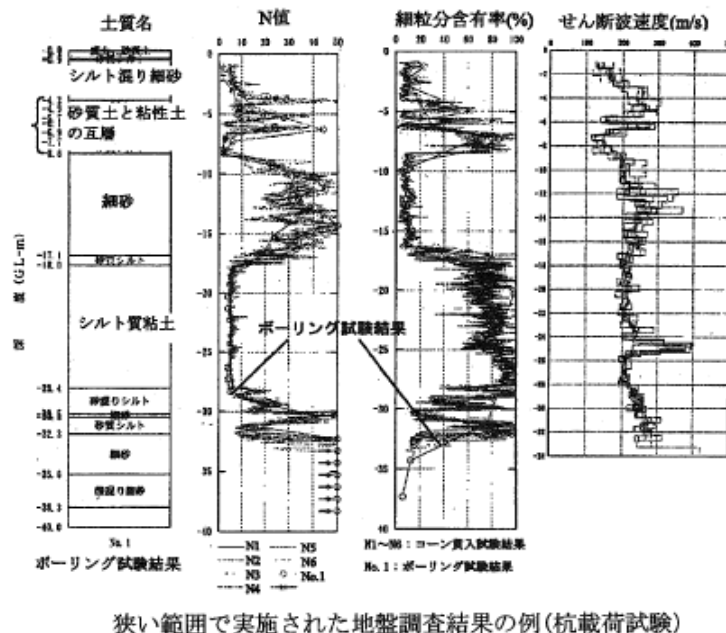


図 4.3 狭い範囲で実施された地盤調査結果の例（杭載荷試験）
(鈴木康嗣：地盤調査の信頼性，2006 年度日本建築学会大会（関東）構造部門（基礎構造）パネルディスカッション資料，性能設計と地盤調査，pp.15-34，2006 年 9 月より抜粋)

図 4.3 は、基本的には地盤が層方向に一樣と考えられる程度の狭い範囲で、標準貫入試験を 1 ヶ所とサイスミックコーン貫入試験を 6 ヶ所（全ての地点でせん断波速度測定を併用）で行ったデータである。調査は最大で 20m 程度離れている。このように、狭い範囲において得られた地盤特性の変動をもって、地盤固有のばらつきを評価できると考えられる。

4.3 構造物 - 杭系の SR モデルへの置換

本章では、杭基礎で支持された構造物を SR モデルに置換して不確定性解析を行う。SR モデルによる解析を行う際には、基礎底面に付与する水平地盤ばねと回転地盤ばねを評価する必要がある。ここでは、SR モデルに用いる水平、回転方向の地盤ばねを群杭全体の地盤ばねとして簡便に評価する方法を示す（日本建築学会 2006）。上部多質点系モデルを 1 質点系モデルに縮約する方法としては、多質点系モデルの 1 次モードを直線形とし、1 次の等価質量および等価高さを 1 質点系モデルの床質量 m および高さ h とする。

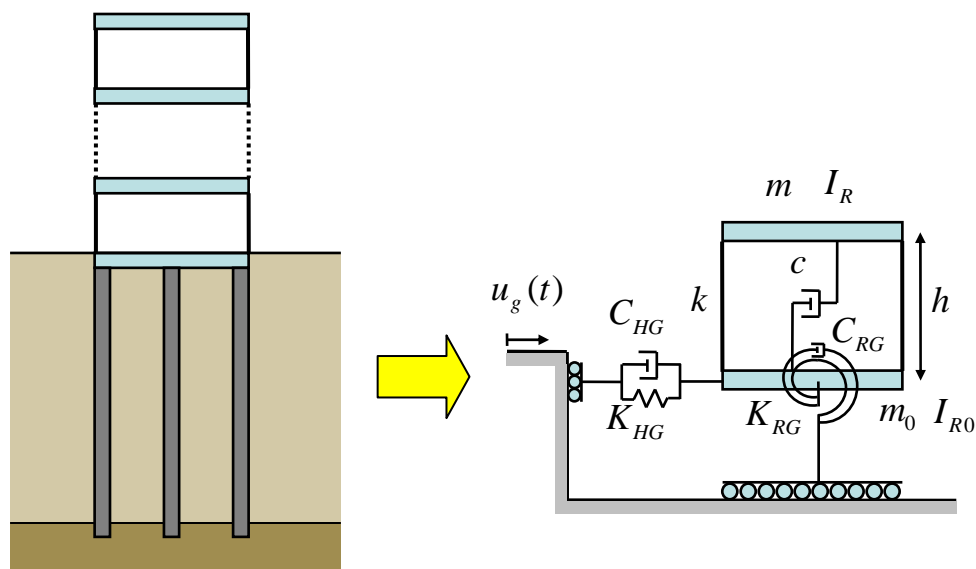


図 4.4 構造物 - 杭系の SR モデルへの置換

4.3.1 地盤ばねの群杭効果

群杭の杭頭を剛接合した基礎盤を水平方向に静的に載荷した力を P ，その際の杭頭変位を u_0 とした場合、群杭の杭頭位置における水平地盤ばね剛性 K_{HG} を(4.3)式のように定義する。

$$K_{HG} = P/u_0 \quad (4.3)$$

群杭の水平地盤ばねは、一本の杭で評価した単杭の水平地盤ばね K_{HS} を杭本数倍した値に比べ小さくなる。これは、群杭中の 1 本の杭が変形すると周辺地盤にも変形が生じ、それにより他の杭も変形するため、群杭では単杭に比べより小さな力で杭を変形させることができるためである。これは群杭効果として知られており、群杭の杭本数を N_p とすると、水平地盤ばねの群杭係数は

(4.4)式で定義される。

$$\beta_H = \frac{K_{HG}}{K_{HS}N_p} \quad (4.4)$$

回転方向や上下方向の地盤ばねについても水平方向と同様に群杭効果があり、回転地盤ばねの群杭係数 β_R は(4.5)式、上下地盤ばね β_V の群杭係数は(4.6)式で定義される。

$$\beta_R = \frac{K_{RG}}{K_{RS}N_p + K_{VS} \sum_{i=1}^{N_p} x_i^2} \quad (4.5)$$

$$\beta_V = \frac{K_{VG}}{K_{VS}N_p} \quad (4.6)$$

ここに、 K_{RG} ：群杭基礎の回転地盤ばね、 K_{RS} ：単杭の回転地盤ばね、 x_i ：回転中心から各杭までの距離、 K_{VG} ：群杭基礎の上下地盤ばね、 K_{VS} ：単杭の上下地盤ばね、である。

水平方向の地盤ばね定数に対する群杭係数の簡便な算定法が、「建物と地盤の動的相互作用を考慮した応答解析と耐震設計：日本建築学会，2006」に示されている。これらは、 $V_s = 150 \text{ m/s}$ の半無限一様地盤を対象として、杭本数、杭間距離、杭配列をパラメータとした薄層法によるパラメトリックスタディを行い、長辺方向(X)と短辺方向(Y)のそれぞれに対して群杭係数 β_{HX} 、 β_{HY} を回帰したものである。群杭係数 β_{HX} 、 β_{HY} は以下ようになる。

$$\beta_{HX} = (S/B)_X^{0.3} \cdot (N_X/2)^{-0.74(S/B)_X^{-0.43}} \cdot (N_Y/2)^{-0.59(S/B)_Y^{-0.54}} \quad (4.7)$$

$$\beta_{HY} = (S/B)_Y^{0.3} \cdot (N_X/2)^{-0.59(S/B)_X^{-0.54}} \cdot (N_Y/2)^{-0.74(S/B)_Y^{-0.43}} \quad (4.8)$$

ここに、

S ：杭間距離

B ：杭径

S/B ：杭径に対する杭間距離の比

N_X ：X方向の杭本数

N_Y ：Y方向の杭本数

尚、下添え字 X と Y は、方向を表す。

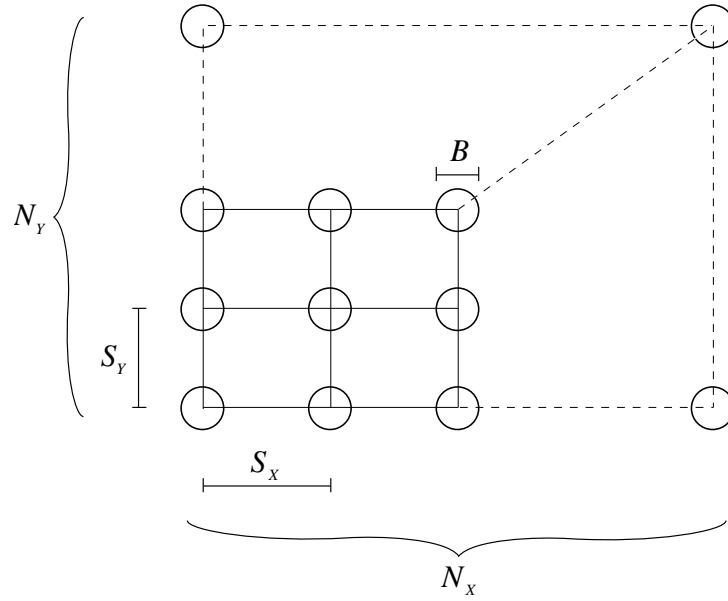


図 4.5 群杭の配置

回転地盤ばねの群杭係数は 1 とする。

$$\beta_R = 1 \quad (4.9)$$

4.3.2 杭基礎の地盤ばねの評価法

(1) 水平地盤ばねの算定

Francis の式と Gazetas の式を用いて、杭周地盤ばね定数と減衰係数を評価する。まず、地盤を適当な層厚に分割する。第 i 層の層厚を H_i ，ポアソン比を ν_{S_i} ，密度を ρ_i ，せん断波速度を V_{S_i} ，ヤング係数を E_{S_i} ，杭径を B ，杭のヤング係数と断面 2 次モーメントをそれぞれ E_p と I_p とおくと、第 i 層における単杭の単位長さあたりの水平方向の地盤ばね定数 k_{fS_i} ，および減衰係数 c_{gS_i} は、それぞれ(4.10)式と(4.11)式で与えられる。

$$k_{fS_i} = (k_h B)_i = \frac{1.3 E_{S_i}}{1 - \nu_{S_i}^2} \left(\frac{E_{S_i} B^4}{E_p I_p} \right)^{1/12} \quad (\text{Francis の式}) \quad (4.10)$$

$$c_{gS_i} = (c_h B)_i = 2 \rho_i B (V_{La_i} + V_{S_i}) \quad (\text{Gazetas の式}) \quad (4.11)$$

ここに、

$$V_{La_i} : \text{第 } i \text{ 層の Lysmer's Analog Wave Velocity } \left(= \frac{3.4 V_{S_i}}{\pi (1 - \nu_{S_i})} \right)$$

単杭の各節点に取り付ける水平の杭周地盤ばねのばね定数 k'_{fs_i} 、および減衰係数 c'_{gs_i} は、第 i 層の層厚を H_i 、各節点に隣接する 2 層の支配層厚を乗じることにより、(4.12)式と(4.13)式で計算される。

$$k'_{fs_i} = 0.5 \left\{ k_{fs_{(i-1)}} \cdot H_{i-1} + k_{fs_i} \cdot H_i \right\} \quad (4.12)$$

$$c'_{gs_i} = 0.5 \left\{ c_{gs_{(i-1)}} \cdot H_{i-1} + c_{gs_i} \cdot H_i \right\} \quad (4.13)$$

群杭の杭頭での地盤ばねを評価する際には、群杭効果を考慮した杭周地盤ばねを用いるアプローチが考えられる。群杭の杭頭位置における地盤ばね剛性 K_{HG} と単杭の杭頭の地盤ばね剛性 K_{HS} との関係は下式となる。

$$K_{HG} = K_{HS} \cdot N_p \cdot \beta_H \quad (4.14)$$

ここに、

N_p : 杭本数

β_H : 水平方向の群杭係数

いま、一様な地盤を仮定した場合、単杭に関する弾性支承梁の方程式は(4.15)式で表される。

$$E_p I_p \frac{d^4 u(z)}{dz^4} + \bar{k}_s u(z) = 0 \quad (4.15)$$

ここに、

$E_p I_p$: 杭の曲げ剛性

$u(z)$: 杭の水平変位

z : 深さ

\bar{k}_s : 単杭の単位長さあたりの地盤ばね定数

(4.15)式の一般解は、次式で与えられる。

$$u(z) = e^{-\beta_s z} (C_1 \cos \beta_s z + C_2 \sin \beta_s z) + e^{\beta_s z} (C_3 \cos \beta_s z + C_4 \sin \beta_s z) \quad (4.16)$$

ここに、

$$\beta_s = (\bar{k}_s / 4E_p I_p)^{1/4}$$

$C_1 \sim C_4$: 未定積分定数

(4.16)式の未定積分定数 4 個は、杭頭と杭先端の境界条件を与えて決定されるが、Chang は杭を無限長と仮定し、無限深さでの物理量が有限の値をもつ条件から、 u に関する次式(4.17)式を導いた。

$$u(z) = e^{-\beta_S z} (C_1 \cos \beta_S z + C_2 \sin \beta_S z) \quad (4.17)$$

上式(4.17)式中の 2 個の未定積分定数は杭頭の境界条件のみで決定できる。杭頭を回転拘束した場合、杭頭を力 P で水平方向に加力したときの深さ z における変位 u は(4.18)式となる。また、杭頭のばね剛性は、 $z=0$ を(4.18)式に代入して求められ、(4.19)式となる。

$$u(z) = \frac{P}{4E_p I_p \beta_S^3} e^{-\beta_S z} (\cos \beta_S z + \sin \beta_S z) \quad (4.18)$$

$$K_{HS} = P/u(0) = 4E_p I_p \beta_S^3 = (4E_p I_p)^{1/4} \cdot \bar{k}_S^{3/4} \quad (4.19)$$

同様に、群杭に関する弾性支承梁の方程式は(4.20)式のようにになる。

$$N_p E_p I_p \frac{d^4 u(z)}{dz^4} + \bar{k}_G u(z) = 0 \quad (4.20)$$

ここに、

N_p : 杭本数

\bar{k}_G : 群杭効果を考慮した群杭全体の単位長さあたりの地盤ばね定数

杭頭を回転拘束した無限長の杭を仮定したとき、変位および杭頭のばね剛性は、(4.21),(4.22)式となる。

$$u(z) = \frac{P}{4N_p E_p I_p \beta_G^3} e^{-\beta_G z} (\cos \beta_G z + \sin \beta_G z) \quad (4.21)$$

$$K_{HG} = P/u(0) = 4N_p E_p I_p \beta_G^3 = (4N_p E_p I_p)^{1/4} \cdot \bar{k}_G^{3/4} \quad (4.22)$$

$$\text{ここに、} \beta_G = (\bar{k}_G / 4N_p E_p I_p)^{1/4}$$

したがって、(4.2),(4.19),(4.22)式より \bar{k}_G と \bar{k}_S の関係が(4.23)式が得られる。

$$\bar{k}_G = \bar{k}_S \cdot N_p \cdot \beta_H^{4/3} \quad (4.23)$$

これを各 i 層で設定した Francis の杭周地盤ばねに適用して、(4.24),(4.25)式が得られる。

$$k_{fG_i} = k_{fS_i} \cdot N_p \cdot e, \quad e = \beta_H^{4/3} \quad (4.24)$$

$$k'_{fG_i} = k'_{fS_i} \cdot N_p \cdot e, \quad e = \beta_H^{4/3} \quad (4.25)$$

なお、減衰係数は群杭効果が小さいとして群杭係数を 1 とし、(4.26),(4.27)式を適用する。

$$c_{gG_i} = c_{gS_i} \cdot N_p \quad (4.26)$$

$$c'_{gG_i} = c'_{gS_i} \cdot N_p \quad (4.27)$$

杭基礎の地盤減衰係数は、図 4.6 に示すように、地盤の 1 次固有振動数 f_g 以下では地盤の材料減衰による効果を、 f_g 以上ではさらに逸散減衰の効果を取り入れる。また杭頭を加振した場合においても、静的加力と同じモード形で杭が振動していると仮定する。

地盤の 1 次固有振動数より低振動数側 ($f \leq f_g$) では、杭周地盤ばねの減衰項（虚部）は地盤の材料減衰 h_i に支配されるとして $2h_i k'_{fG_i}$ と仮定する。このときの群杭基礎の動的地盤ばねの減衰項（虚部） K'_{HG} ，減衰定数 h_{HG} は(4.28)式, (4.29)式で表現される。

$$K'_{HG} = P'/u_0 = \sum 2h_i k'_{fG_i} u_i / u_0 \quad (4.28)$$

$$h_{HG} = h_{HG1} = K'_{HG} / 2K_{HG} = \sum h_i k'_{fG_i} u_i / \sum k'_{fG_i} u_i = \text{const.} \quad (4.29)$$

地盤の固有振動数より高振動数側 ($f > f_g$) では、杭周地盤ばねの減衰係数は地盤の逸散減衰に支配されるとして Gazetas の式 c_{gG_i} を用いる。このとき群杭基礎の動的地盤ばねの減衰項（虚部） K'_{HG} ，減衰定数 h_{HG} は(4.30)式, (4.31)式で表現される。

$$K'_{HG} = 2h_{HG1} K_{HG} + C_{HG2} 2\pi(f - f_g), \quad C_{HG2} = \sum c'_{gG_i} u_i / u_0 = \text{const.} \quad (4.30)$$

$$h_{HG} = h_{HG1} + C_{HG2} \pi(f - f_g) / K_{HG} \quad (4.31)$$

以上から、群杭基礎の動的地盤ばねの減衰係数 C_{HG} は(4.32),(4.33)式で表現される。

$$C_{HG} = h_{HG1} K_{HG} / (\pi f) \quad (f \leq f_g) \quad (4.32)$$

$$C_{HG} = h_{HG1} K_{HG} / (\pi f) + C_{HG2} (f - f_g) / f \quad (f > f_g) \quad (4.33)$$

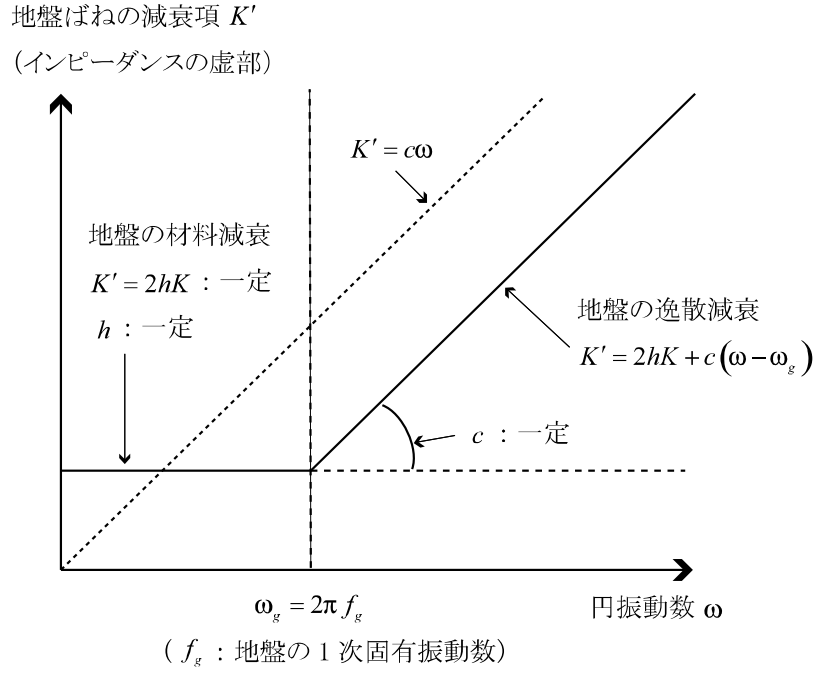


図 4.6 地盤ばねの減衰の考え方

(2) 回転地盤ばねの算定

① 群杭全体の回転地盤ばね剛性の算定

群杭全体の回転地盤ばね剛性は、Randolf による杭周上下地盤ばねを用いて単杭の杭頭での上下ばねを求め、杭配置を考慮して回転の地盤ばねを評価する。

単杭の上下地盤ばねは図 4.7 に示すように、上下の杭周地盤ばねと先端地盤ばねから評価する。上下の杭周地盤ばねは、次式で表現される。

$$S_V = 2\pi G_e / \log_e (2r_m / B) \quad (4.34)$$

$$r_m = 2.5L(1 - \nu_e) \quad (4.35)$$

ここに、

B : 杭径

L : 工学的基盤までの杭長

G_e , ν_e は表層地盤の平均せん断剛性と平均ポアソン比であり、(4.36)式, (4.37)式により求める。

$$G_e = \sum G_i d_i / L \quad (4.36)$$

$$\nu_e = \sum \nu_i d_i / L \quad (4.37)$$

ここに、

G_i : 第 i 層のせん断剛性

ν_i : 第 i 層のポアソン比

d_i : 第 i 層の層厚

杭先端の上下地盤ばね定数 k_b は、平均変位を仮定して得られる(4.38)式を用いる。

$$k_b = \frac{3\pi}{8} \cdot \frac{\pi G_b B}{2(1-\nu_b)} \quad (4.38)$$

ここに、

G_b : 支持層のせん断剛性

ν_b : 支持層のポアソン比

単杭の上下地盤ばね剛性は(4.39)式より得られる。

$$K_{VS} = EA\alpha \frac{EA\alpha(1-e^{-2\alpha L}) + k_b(1+e^{-2\alpha L})}{EA\alpha(1+e^{-2\alpha L}) + k_b(1-e^{-2\alpha L})} \quad (4.39)$$

ここに、

$$\alpha^2 = S_v / EA \quad (4.40)$$

E : 杭のヤング係数

A : 杭の断面積

群杭基礎の回転地盤ばねのばね剛性は、杭基礎から各杭の座標を用いて、(4.41),(4.42)式で算定する。

$$Y \text{ 軸周り (x 方向) : } K_{Ry} = \beta_R \sum K_{VS} \cdot x_i^2 \quad (4.41)$$

$$X \text{ 軸周り (y 方向) : } K_{Rx} = \beta_R \sum K_{VS} \cdot y_i^2 \quad (4.42)$$

このとき各方向の回転中心を原点として、座標を設定する。また、群杭係数 $\beta_R = 1$ として、群杭によるばね値の低減は行わない。

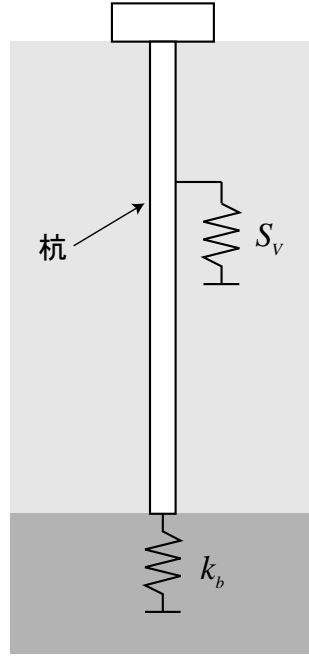


図 4.7 杭の上下ばね

② 地盤減衰係数の算定

減衰係数の振動数依存は、水平方向と同様に、地盤の材料減衰が支配的な減衰定数一定の領域と、逸散減衰が支配的な減衰係数一定の領域を考える。ただし回転方向の場合には、減衰特性の切り替わる振動数を、地盤の固有振動数の 2 倍とする。

回転方向の地盤減衰係数は、表層地盤より杭の支持層の影響が大きいとし、支持層の地盤定数のみを用いて設定する。

$f \leq 2f_g$ では、支持層の減衰定数をそのまま用いる。すなわち、動的地盤ばねの減衰項（虚部） K'_{RG} ，減衰定数 h_{RG} は(4.43),(4.44)式で表現される。

$$K'_{RG} = 2h_{RG1}K_{RG} \quad (4.43)$$

$$h_{RG} = h_{RG1} = h_b = \text{const.} \quad (4.44)$$

ここに、

h_b ：支持層の減衰定数（0.02 としてもよい）

$f > 2f_g$ では、基礎を等価半径からなる円盤に置換し、支持層の一樣地盤とした円盤加振から得られる減衰係数 C_{RG2} を用いる。このときの群杭基礎の動的地盤ばねの減衰項（虚部） K'_{RG} ，減衰定数 h_{RG} は(4.45),(4.46)式で表現される。

$$K'_{RG} = 2h_{RG1}K_{RG} + C_{RG2}2\pi(f - 2f_g), \quad C_{RG2} = \rho_b V_{Lab} \pi r_{R0}^4 / 4 \quad (4.45)$$

$$h_{RG} = h_{RG1} + C_{RG2}\pi(f - 2f_g) / K_{RG} \quad (4.46)$$

ここに、

ρ_b : 支持層の密度

V_{Lab} : 支持層の Lysmer's Analog Wave Velocity

r_{R0} : 回転ばね算定用の等価基礎半径($= (B^3 D / 3\pi)^{1/4}$)

以上から、群杭基礎の回転地盤ばねの減衰係数 C_{RG} は(4.47),(4.48)式で表現される。

$$C_{RG} = h_{RG1} K_{RG} / (\pi f) \quad (f \leq 2f_g) \quad (4.47)$$

$$C_{RG} = h_{RG1} K_{RG} / (\pi f) + C_{RG2} (f - 2f_g) / f \quad (f > 2f_g) \quad (4.48)$$

4.4 地震入力エネルギーの地盤ヤング係数に対する 1 次感度

第 3 章では、SR モデルに入力される地震エネルギーのスウェイばねおよびロッキングばねに対する感度が得られている。本章では、現実的な意味のある物理量を不確定パラメータとして取り上げる。例えば、地盤のヤング係数を不確定パラメータとしたときの、地震入力エネルギーの不確定パラメータに対する感度を求める。本来、地盤ヤング係数が変動すれば、それに伴い地表面での入力地震動も変化するはずであるが、ここではそれを考慮しない。むしろ、杭周辺の地盤ひずみが大きくなる場所の地盤ヤング係数の不確定性を考慮し、地盤ヤング係数の変動に伴う地盤ばねの変動を考える。また、地盤の 1 次固有周期は、地盤ヤング係数が変動しても一定であると仮定する。構造物への入力エネルギーの地盤のヤング率 E_s に対する 1 次感度は、以下のように表される。

$$\frac{\partial E_I^S}{\partial E_s} = \int_0^\infty \frac{\partial F_s}{\partial E_s} \left| \ddot{U}_g(\omega) \right|^2 d\omega \quad (4.49)$$

ここに、

E_I^S : 構造物に入力されるエネルギー

F_s : 構造物に対するエネルギー伝達関数

$\ddot{U}_g(\omega)$: 入力加速度のフーリエ変換

エネルギー伝達関数 F_s を地盤ヤング係数 E_s で 1 階微分した表現は、以下のようになる。

$$\frac{\partial F_s}{\partial E_s} = \frac{\partial F_s}{\partial K_{HG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} + \frac{\partial F_s}{\partial C_{HG}} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} + \frac{\partial F_s}{\partial K_{RG}} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} + \frac{\partial F_s}{\partial C_{RG}} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} \quad (4.50)$$

ここで、 $K_{HG}, C_{HG}, K_{RG}, C_{RG}$ は、第 3 章で用いられている、スウェイ・ロッキングばね剛性および減衰係数である。 $\frac{\partial E_I^S}{\partial K_{HG}}, \frac{\partial E_I^S}{\partial C_{HG}}, \frac{\partial E_I^S}{\partial K_{RG}}, \frac{\partial E_I^S}{\partial C_{RG}}$ は既に得られているので、ここでは $\frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s}, \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s}, \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s}, \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s}$ を求める方法を以下に示す。

4.4.1 スウェイばねの不確定パラメターに関する感度

(1) ばね剛性の不確定パラメターに関する感度

$\frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s}$ を求める手順を以下に示す。簡単のため、表層地盤は一様な地盤とする。

(4.10),(4.22),(4.23)式より、

$$K_{HG} = (4N_p E_p I_p)^{1/4} \cdot \bar{k}_G^{3/4} \quad (4.51)$$

$$\bar{k}_G = \frac{1.3E_s}{1-\nu_s^2} \left(\frac{E_s B^4}{E_p I_p} \right)^{1/12} \cdot N_p \cdot \beta_H^{4/3} \quad (4.52)$$

よって、

$$\begin{aligned} K_{HG} &= (4N_p E_p I_p)^{1/4} \left\{ \frac{1.3E_s}{1-\nu_s^2} \left(\frac{E_s B^4}{E_p I_p} \right)^{1/12} \cdot N_p \cdot \beta_H^{4/3} \right\}^{3/4} \\ &= \sqrt{2} \cdot N_p \cdot \beta_H \cdot E_s^{13/16} \cdot B^{1/4} (E_p I_p)^{3/16} \left(\frac{1.3}{1-\nu_s^2} \right)^{3/4} \end{aligned} \quad (4.53)$$

従って、 K_{HG} を E_s で 1 階微分すると、(4.54)式のようにになる。

$$\frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} = \frac{13\sqrt{2}}{16} \left(\frac{E_p I_p}{E_s} \right)^{3/16} \cdot N_p \cdot \beta_H \cdot B^{1/4} \left(\frac{1.3}{1-\nu_s^2} \right)^{3/4} \quad (4.54)$$

(2) 減衰係数の不確定パラメターに関する感度

$\frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s}$ を求める手順を以下に示す。(4.32),(4.33)式より、

$$C_{HG} = h_{HG1} K_{HG} / (\pi f) \quad (f \leq f_g) \quad (4.55)$$

$$C_{HG} = h_{HG1} K_{HG} / (\pi f) + C_{HG2} (f - f_g) / f \quad (f > f_g) \quad (4.56)$$

よって、(4.55),(4.56)式を E_s で 1 階微分すると、以下のようにになる。

$$\frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} = h_{HG1} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} / (\pi f) \quad (f \leq f_g) \quad (4.57)$$

$$\frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} = h_{HG1} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} / (\pi f) + \frac{\partial C_{HG2}}{\partial E_s} (f - f_g) / f \quad (f > f_g) \quad (4.58)$$

従って、 $\frac{\partial C_{HG2}}{\partial E_s}$ を求めればよい。(4.30)式より、

$$C_{HG2} = \sum c'_{gG_i} u_i / u_0 \quad (4.59)$$

群杭全体に付く単位厚さあたりの杭周地盤ばねの減衰係数 \bar{c}_{gG} は(4.11),(4.27)式より下式で与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{c}_{gG} &= 2\rho_s B (V_{La} + V_s) \cdot N_p \\ &= 2\rho_s B \left\{ \frac{3.4}{\pi(1-\nu_s)} + 1 \right\} V_s \cdot N_p \end{aligned} \quad (4.60)$$

$\sum u_i$ は弾性支承梁の理論解より得られる杭変位 $u = u_0 \cdot e^{-\beta z} (\cos \beta z + \sin \beta z)$ を $0 \leq L$ まで積分したものとする、

$$C_{HG2} = 2\rho_s B \left\{ \frac{3.4}{\pi(1-\nu_s)} + 1 \right\} V_s N_p \frac{1 - e^{-\beta L} \cos \beta L}{\beta} \quad (4.61)$$

(4.61)式の右辺において、 E_s に関連のある物理量は V_s および β である。よって、

$$\frac{\partial C_{HG2}}{\partial E_s} = \frac{\partial C_{HG2}}{\partial V_s} \frac{\partial V_s}{\partial E_s} + \frac{\partial C_{HG2}}{\partial \beta} \frac{\partial \beta}{\partial E_s} \quad (4.62)$$

以下、(4.62)式の右辺の各項を求める。

$$\frac{\partial C_{HG2}}{\partial V_s} = 2\rho_s B \left\{ \frac{3.4}{\pi(1-\nu_s)} + 1 \right\} N_p \frac{1 - e^{-\beta L} \cos \beta L}{\beta} \quad (4.63)$$

$$\frac{\partial C_{HG2}}{\partial \beta} = 2\rho_s B \left\{ \frac{3.4}{\pi(1-\nu_s)} + 1 \right\} V_s N_p \frac{\beta L e^{-\beta L} (\cos \beta L + \sin \beta L) - (1 - e^{-\beta L} \cos \beta L)}{\beta^2} \quad (4.64)$$

$E_s = 2(1+\nu_s) \rho_s V_s^2$ より、

$$\frac{\partial V_s}{\partial E_s} = \frac{1}{4(1+\nu_s) \rho_s V_s} \quad (4.65)$$

$\beta = (\bar{k}_G / 4N_p E_p I_p)^{1/4}$ より、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \beta}{\partial E_s} &= \frac{\partial \beta}{\partial \bar{k}_G} \frac{\partial \bar{k}_G}{\partial E_s} \\
&= \frac{1}{4\sqrt{2}} (N_p E_p I_p)^{-1/4} \bar{k}_G^{-3/4} \cdot \frac{1.3}{1-\nu_s^2} \left(\frac{B^4}{E_p I_p} \right)^{1/12} N_p \beta_H^{4/3} \cdot \frac{13}{12} E_s^{1/12} \\
&= \frac{13\sqrt{2}}{96} \left(\frac{1.3}{1-\nu_s^2} \right)^{1/4} (E_p I_p)^{-13/48} B^{1/12} \beta_H^{1/3} E_s^{-35/48}
\end{aligned} \tag{4.66}$$

以上より、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C_{HG2}}{\partial E_s} &= 2B \left\{ \frac{3.4}{\pi(1-\nu_s)} + 1 \right\} N_p \frac{1-e^{-\beta L} \cos \beta L}{\beta} \cdot \frac{1}{4(1+\nu_s)V_s} \\
&\quad + \frac{26\sqrt{2}}{96} \rho_s B^{13/12} \left\{ \frac{3.4}{\pi(1-\nu_s)} + 1 \right\} V_s N_p \frac{\beta L e^{-\beta L} (\cos \beta L + \sin \beta L) - (1-e^{-\beta L} \cos \beta L)}{\beta^2} \\
&\quad \cdot \left(\frac{1.3}{1-\nu_s^2} \right)^{1/4} (E_p I_p)^{-13/48} \beta_H^{1/3} E_s^{-35/48}
\end{aligned} \tag{4.67}$$

4.4.2 ロッキングばねの不確定パラメータに関する感度

(1) ばね剛性の不確定パラメータに関する感度

$\frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s}$ を求める手順を以下に示す。(4.34),(4.39),(4.40),(4.41)式より、

$$K_{RG} = \sum K_{VS} \cdot x_i^2 \tag{4.68}$$

$$K_{VS} = EA\alpha \frac{EA\alpha(1-e^{-2\alpha L}) + k_b(1+e^{-2\alpha L})}{EA\alpha(1+e^{-2\alpha L}) + k_b(1-e^{-2\alpha L})} \tag{4.69}$$

$$\alpha^2 = S_v / EA \tag{4.70}$$

$$S_v = 2\pi G_s / \log_e(2r_m/B) \tag{4.71}$$

以上より、(4.68)式を E_s で1階微分すると、(4.72)式のようになる。

$$\frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} = \sum \frac{\partial K_{VS}}{\partial E_s} \cdot x_i^2 \tag{4.72}$$

$\frac{\partial K_{VS}}{\partial E_s}$ は以下のようになる。

$$\frac{\partial K_{vs}}{\partial E_s} = \frac{\partial K_{vs}}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial S_v} \frac{\partial S_v}{\partial E_s} \quad (4.73)$$

それぞれの値を計算すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_{vs}}{\partial \alpha} &= EA \frac{EA\alpha(1-e^{-2\alpha L}) + k_b(1+e^{-2\alpha L})}{EA\alpha(1+e^{-2\alpha L}) + k_b(1-e^{-2\alpha L})} \\ &\quad + 4EA\alpha \frac{(EA\alpha Le^{-2\alpha L} - k_b Le^{-2\alpha L})(EA\alpha + k_b) - EAk_b e^{-2\alpha L}}{\{EA\alpha(1+e^{-2\alpha L}) + k_b(1-e^{-2\alpha L})\}^2} \end{aligned} \quad (4.74)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial S_v} = \frac{1}{2EA\alpha} \quad (4.75)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_v}{\partial E_s} &= \frac{\partial S_v}{\partial G_s} \frac{\partial G_s}{\partial E_s} \\ &= \frac{\pi}{\log_e(2r_m/B)} \cdot \frac{1}{(1+\nu_s)} \end{aligned} \quad (4.76)$$

以上より、(4.73)式が得られ、(4.72)式が求められる。

(2) 減衰係数の不確定パラメータに関する感度

$\frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s}$ を求める手順を以下に示す。(4.47),(4.48)式より、

$$C_{RG} = h_{RG1} K_{RG} / (\pi f) \quad (f \leq 2f_g) \quad (4.77)$$

$$C_{RG} = h_{RG1} K_{RG} / (\pi f) + C_{RG2} (f - 2f_g) / f \quad (f > 2f_g) \quad (4.78)$$

よって、(4.77),(4.78)式を E_s で 1 階微分すると、以下ようになる。

$$\frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} = h_{RG1} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} / (\pi f) \quad (f \leq 2f_g) \quad (4.79)$$

$$\frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} = h_{RG1} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} / (\pi f) + \frac{\partial C_{RG2}}{\partial E_s} (f - 2f_g) / f \quad (f > 2f_g) \quad (4.80)$$

ところで、(4.45)式より、

$$C_{RG2} = \rho_b V_{Lab} \pi r_{R0}^4 / 4 \quad (4.81)$$

つまり、 C_{RG2} は支持層の地盤物性の関数であり、 E_s の関数ではない。よって、(4.80)式の右辺の

第 2 項は消えるので、

$$\frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} = h_{RG1} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} \bigg/ (\pi f) \quad (4.82)$$

ここで、 $\frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s}$ は(4.72)式より得られる。

4.5 地震入力エネルギーの地盤ヤング係数に対する 2 次感度

構造物への入力エネルギーの地盤のヤング率 E_s に対する 2 次感度は、以下のように表される。

$$\frac{\partial^2 E_I^s}{\partial E_s^2} = \int_0^\infty \frac{\partial^2 F_s}{\partial E_s^2} |\ddot{U}_g(\omega)|^2 d\omega \quad (4.83)$$

エネルギー伝達関数を E_s で 2 階微分すると、以下ようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F_s}{\partial E_s^2} = & \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG}^2} \left(\frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \right)^2 + \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG}^2} \left(\frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \right)^2 + \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{RG}^2} \left(\frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} \right)^2 + \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{RG}^2} \left(\frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} \right)^2 \\ & + 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial C_{HG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} + 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial K_{RG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} + 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial C_{RG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} \\ & + 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG} \partial K_{RG}} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} + 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG} \partial C_{RG}} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} + 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{RG} \partial C_{RG}} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} \\ & + \frac{\partial F_s}{\partial K_{HG}} \frac{\partial^2 K_{HG}}{\partial E_s^2} + \frac{\partial F_s}{\partial C_{HG}} \frac{\partial^2 C_{HG}}{\partial E_s^2} + \frac{\partial F_s}{\partial K_{RG}} \frac{\partial^2 K_{RG}}{\partial E_s^2} + \frac{\partial F_s}{\partial C_{RG}} \frac{\partial^2 C_{RG}}{\partial E_s^2} \end{aligned} \quad (4.84)$$

ここで、構造物のエネルギー伝達関数 F_s のスウェイ・ロッキングばねに対する感度 $\partial F_s / \partial K_{HG}$, $\partial F_s / \partial C_{HG}$, $\partial F_s / \partial K_{RG}$, $\partial F_s / \partial C_{RG}$ および $\partial^2 F_s / \partial K_{HG}^2$, $\partial^2 F_s / \partial C_{HG}^2$, $\partial^2 F_s / \partial K_{RG}^2$, $\partial^2 F_s / \partial C_{RG}^2$ は、第 3 章において既に得られている。また、地盤ばねの地盤ヤング係数に対する 1 次感度は前節において得られている。よって、本節ではエネルギー伝達関数 F_s の 2 つの不確定パラメータに対する感度、すなわちクロスタームである $\partial^2 F_s / \partial K_{HG} \partial C_{HG}$, $\partial^2 F_s / \partial K_{HG} \partial K_{RG}$, $\partial^2 F_s / \partial K_{HG} \partial C_{RG}$, $\partial^2 F_s / \partial C_{HG} \partial K_{RG}$, $\partial^2 F_s / \partial C_{HG} \partial C_{RG}$, $\partial^2 F_s / \partial K_{RG} \partial C_{RG}$ および、地盤ばねの地盤ヤング係数に対する 2 次感度 $\partial^2 K_{HG} / \partial E_s^2$, $\partial^2 C_{HG} / \partial E_s^2$, $\partial^2 K_{RG} / \partial E_s^2$, $\partial^2 C_{RG} / \partial E_s^2$ を求める方法を以下に示す。

4.5.1 構造物のエネルギー伝達関数の2つの不確定パラメターに対する感度（クロスターム）

$$\left(\frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial C_{HG}}, \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial K_{RG}}, \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial C_{RG}}, \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG} \partial K_{RG}}, \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG} \partial C_{RG}}, \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{RG} \partial C_{RG}} \right)$$

構造物のエネルギー伝達関数 F_s は以下のように表される（Kishida and Takewaki 2006）。

$$\begin{aligned} F_s(\omega) = & -\frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[m[1 + H_{\ddot{U}_F}(\omega) + hH_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) + H_{\ddot{U}}(\omega)] \cdot \{1 + H_{\ddot{U}_F}^*(\omega)\} \right] \\ & -\frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[[I_R H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) + mh\{1 + H_{\ddot{U}_F}(\omega) + hH_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) + H_{\ddot{U}}(\omega)\}] \cdot H_{\ddot{\Theta}_F}^*(\omega) \right] \end{aligned} \quad (4.85)$$

ここで、 $H_{\ddot{U}}(\omega), H_{\ddot{U}_F}(\omega), H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)$ は、 $\ddot{u}, \ddot{u}_F, \ddot{\theta}_F$ の \ddot{u}_g に対する伝達関数を表す。上部1自由度SRモデルに入力される地震動は、自由地盤表面での水平加速度 $\ddot{u}_g(t) = a(t)$ である。 $u(t)$ は上部質量の基礎版に対する相対水平変位、 $u_F(t), \theta_F(t)$ は基礎版の水平変位と回転角を表す。 $\ddot{U}, \ddot{U}_F, \ddot{\Theta}_F, \ddot{U}_g$ は、 $\ddot{u}, \ddot{u}_F, \ddot{\theta}_F, \ddot{u}_g$ のフーリエ変換を表すとする、

$$\ddot{U}(\omega)/\ddot{U}_g(\omega) = H_{\ddot{U}}(\omega) \quad (4.86)$$

$$\ddot{U}_F(\omega)/\ddot{U}_g(\omega) = H_{\ddot{U}_F}(\omega) \quad (4.87)$$

$$\ddot{\Theta}_F(\omega)/\ddot{U}_g(\omega) = H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) \quad (4.88)$$

尚、式中の印()^{*} は、複素共役を表す。

印()', ()[~] はそれぞれ、 $K_{HG}, C_{HG}, K_{RG}, C_{RG}$ の2つのうち的一方による微分を表す。1つの不確定パラメターに対する、構造物のエネルギー伝達関数の感度は、以下ようになる。

$$\begin{aligned} F_s(\omega)' = & -\frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[m[H_{\ddot{U}_F}(\omega)' + hH_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)' + H_{\ddot{U}}(\omega)'] \cdot \{1 + H_{\ddot{U}_F}^*(\omega)\} \right. \\ & \left. + m[1 + H_{\ddot{U}_F}(\omega) + hH_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) + H_{\ddot{U}}(\omega)] \cdot H_{\ddot{U}_F}^*(\omega)' \right] \\ & -\frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[[I_R H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)' + mh\{H_{\ddot{U}_F}(\omega)' + hH_{\ddot{\Theta}_F}(\omega)' + H_{\ddot{U}}(\omega)'\}] \cdot H_{\ddot{\Theta}_F}^*(\omega) \right. \\ & \left. + [I_R H_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) + mh\{1 + H_{\ddot{U}_F}(\omega) + hH_{\ddot{\Theta}_F}(\omega) + H_{\ddot{U}}(\omega)\}] \cdot H_{\ddot{\Theta}_F}^*(\omega)' \right] \end{aligned} \quad (4.89)$$

2つの不確定パラメターに対する、構造物のエネルギー伝達関数の感度は、以下ようになる。

$$\begin{aligned}
F_S(\omega)' \sim & -\frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[m[H_{\ddot{U}F}(\omega)' \sim + hH_{\ddot{\Theta}F}(\omega)' \sim + H_{\ddot{U}}(\omega)' \sim] \cdot \{1 + H_{\ddot{U}F}^*(\omega)\} \right. \\
& + m[H_{\ddot{U}F}(\omega)' + hH_{\ddot{\Theta}F}(\omega)' + H_{\ddot{U}}(\omega)'] \cdot H_{\ddot{U}F}^*(\omega) \sim \\
& + m[H_{\ddot{U}F}(\omega) \sim + hH_{\ddot{\Theta}F}(\omega) \sim + H_{\ddot{U}}(\omega) \sim] \cdot H_{\ddot{U}F}^*(\omega)' \\
& \left. + m[1 + H_{\ddot{U}F}(\omega) + hH_{\ddot{\Theta}F}(\omega) + H_{\ddot{U}}(\omega)] \cdot H_{\ddot{U}F}^*(\omega)' \sim \right] \\
& -\frac{1}{\pi\omega} \text{Im} \left[[I_R H_{\ddot{\Theta}F}(\omega)' \sim + mh\{H_{\ddot{U}F}(\omega)' \sim + hH_{\ddot{\Theta}F}(\omega)' \sim + H_{\ddot{U}}(\omega)' \sim\}] \cdot H_{\ddot{\Theta}F}^*(\omega) \right. \\
& + [I_R H_{\ddot{\Theta}F}(\omega)' + mh\{H_{\ddot{U}F}(\omega)' + hH_{\ddot{\Theta}F}(\omega)' + H_{\ddot{U}}(\omega)'\}] \cdot H_{\ddot{\Theta}F}^*(\omega) \sim \\
& + [I_R H_{\ddot{\Theta}F}(\omega) \sim + mh\{H_{\ddot{U}F}(\omega) \sim + hH_{\ddot{\Theta}F}(\omega) \sim + H_{\ddot{U}}(\omega) \sim\}] \cdot H_{\ddot{\Theta}F}^*(\omega)' \\
& \left. + [I_R H_{\ddot{\Theta}F}(\omega) + mh\{1 + H_{\ddot{U}F}(\omega) + hH_{\ddot{\Theta}F}(\omega) + H_{\ddot{U}}(\omega)\}] \cdot H_{\ddot{\Theta}F}^*(\omega)' \sim \right]
\end{aligned} \tag{4.90}$$

$\mathbf{H}_U = \{H_U(\omega) H_{UF}(\omega) H_{\Theta F}(\omega)\}^T$ と定義すると、次のようになる。

$$\mathbf{H}_U = -\frac{1}{\omega^2} \{H_{\ddot{U}}(\omega) H_{\ddot{U}F}(\omega) H_{\ddot{\Theta}F}(\omega)\}^T \tag{4.91}$$

$\mathbf{H}_U', \mathbf{H}_U \sim$ は第 3 章において既に得られているので、ここでは $\mathbf{H}_U' \sim$ を求める方法を示す。

1 つの不確定パラメーターに関する 1 次感度の支配方程式 $\mathbf{A}\mathbf{H}_U' + \mathbf{A}'\mathbf{H}_U = \mathbf{0}$ を、もう 1 つの不確定パラメーターで微分すると、

$$\mathbf{A} \sim \mathbf{H}_U' + \mathbf{A}\mathbf{H}_U' \sim + \mathbf{A}' \sim \mathbf{H}_U + \mathbf{A}'\mathbf{H}_U \sim = \mathbf{0} \tag{4.92}$$

$\mathbf{A}' \sim$ は消えるので、

$$\mathbf{H}_U' \sim = -\mathbf{A}^{-1} \left(\mathbf{A} \sim \mathbf{H}_U' + \mathbf{A}'\mathbf{H}_U \sim \right) \tag{4.93}$$

ここで \mathbf{A} は上部 1 自由度 SR モデルの運動方程式をフーリエ変換した式の左辺の係数行列である。

4.5.2 スウェイばね、ロッキングばねの地盤ヤング係数に対する 2 次感度

(1) スウェイばねのばね剛性について

ここでは $\frac{\partial^2 K_{HG}}{\partial E_s^2}$ を求める。(4.53) 式を E_s でさらに 1 階微分すると、

$$\frac{\partial^2 K_{HG}}{\partial E_s^2} = -\frac{39\sqrt{2}}{256} \cdot N_p \cdot \beta_H \cdot E_s^{-19/16} \cdot B^{1/4} (E_p I_p)^{3/16} \left(\frac{1.3}{1 - \nu_s^2} \right)^{3/4} \tag{4.94}$$

(2) スウェイばねの減衰係数について

ここでは、 $\frac{\partial^2 C_{HG}}{\partial E_s^2}$ を求める手順を示す。(4.57),(4.58)式を E_s でさらに 1 階微分すると、

$$\frac{\partial^2 C_{HG}}{\partial E_s^2} = h_{HG1} \frac{\partial^2 K_{HG}}{\partial E_s^2} \bigg/ (\pi f) \quad (f \leq f_g) \quad (4.95)$$

$$\frac{\partial^2 C_{HG}}{\partial E_s^2} = h_{HG1} \frac{\partial^2 K_{HG}}{\partial E_s^2} \bigg/ (\pi f) + \frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial E_s^2} (f - f_g) \bigg/ f \quad (f > f_g) \quad (4.96)$$

$\frac{\partial^2 K_{HG}}{\partial E_s^2}$ は式で得られているので、以下、 $\frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial E_s^2}$ を求める方法を示す。(4.62)式を E_s でさらに 1 階微分すると、

$$\frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial E_s^2} = \frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial V_s^2} \left(\frac{\partial V_s}{\partial E_s} \right)^2 + \frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial \beta^2} \left(\frac{\partial \beta}{\partial E_s} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial V_s \partial \beta} \frac{\partial V_s}{\partial E_s} \frac{\partial \beta}{\partial E_s} \quad (4.97)$$

$\frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial V_s^2} = 0$ より、

$$\frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial E_s^2} = \frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial \beta^2} \left(\frac{\partial \beta}{\partial E_s} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial V_s \partial \beta} \frac{\partial V_s}{\partial E_s} \frac{\partial \beta}{\partial E_s} \quad (4.98)$$

式(4.98)において、未知なものは $\frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial \beta^2}$ および $\frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial V_s \partial \beta}$ である。(4.64)式を β と V_s でそれぞれさらに 1 階微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial \beta^2} = 2\rho_s B \left\{ \frac{3.4}{\pi(1-\nu_s)} + 1 \right\} V_s N_p \cdot \\ \frac{-2\beta \left\{ \beta^2 L^2 e^{-\beta L} \sin \beta L + \beta L e^{-\beta L} (\cos \beta L + \sin \beta L) - (1 - e^{-\beta L} \cos \beta L) \right\}}{\beta^4} \end{aligned} \quad (4.99)$$

$$\frac{\partial^2 C_{HG2}}{\partial V_s \partial \beta} = 2\rho_s B \left\{ \frac{3.4}{\pi(1-\nu_s)} + 1 \right\} N_p \frac{\beta L e^{-\beta L} (\cos \beta L + \sin \beta L) - (1 - e^{-\beta L} \cos \beta L)}{\beta^2} \quad (4.100)$$

(3) ロッキングばねのばね剛性について

ここでは、 $\frac{\partial^2 K_{RG}}{\partial E_s^2}$ を求める手順を示す。(4.72)式を E_s でさらに 1 階微分すると、

$$\frac{\partial^2 K_{RG}}{\partial E_s^2} = \sum \frac{\partial^2 K_{VS}}{\partial E_s^2} \cdot x_i^2 \quad (4.101)$$

$\frac{\partial^2 K_{VS}}{\partial E_s^2}$ は(4.73)式を E_s でさらに 1 階微分すると、次のように表される。

$$\frac{\partial^2 K_{VS}}{\partial E_s^2} = \frac{\partial^2 K_{VS}}{\partial \alpha^2} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial S_V} \frac{\partial S_V}{\partial E_s} \right)^2 + \frac{\partial K_{VS}}{\partial \alpha} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial S_V^2} \left(\frac{\partial S_V}{\partial E_s} \right)^2 + \frac{\partial K_{VS}}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial S_V} \frac{\partial^2 S_V}{\partial E_s^2} \quad (4.102)$$

$$\frac{\partial^2 S_V}{\partial E_s^2} = \frac{\partial^2 S_V}{\partial G_s^2} \left(\frac{\partial G_s}{\partial E_s} \right)^2 + \frac{\partial S_V}{\partial G_s} \frac{\partial^2 G_s}{\partial E_s^2} = 0 \text{ より、}$$

$$\frac{\partial^2 K_{VS}}{\partial E_s^2} = \frac{\partial^2 K_{VS}}{\partial \alpha^2} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial S_V} \frac{\partial S_V}{\partial E_s} \right)^2 + \frac{\partial K_{VS}}{\partial \alpha} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial S_V^2} \left(\frac{\partial S_V}{\partial E_s} \right)^2 \quad (4.101)$$

ここで、 K_{VS} の α に対する変動は、図 4.8 に示されるようにほぼ線形であり、 $\frac{\partial^2 K_{VS}}{\partial \alpha^2}$ は近似的に 0 であると見なせる。よって、

$$\frac{\partial^2 K_{VS}}{\partial E_s^2} = \frac{\partial K_{VS}}{\partial \alpha} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial S_V^2} \left(\frac{\partial S_V}{\partial E_s} \right)^2 \quad (4.102)$$

ここで、

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial S_V^2} = -\frac{1}{4(EAS_V^3)^{1/2}} \quad (4.103)$$

$\frac{\partial K_{VS}}{\partial \alpha}$, $\frac{\partial S_V}{\partial E_s}$ は(4.74),(4.76)式より既に得られている。

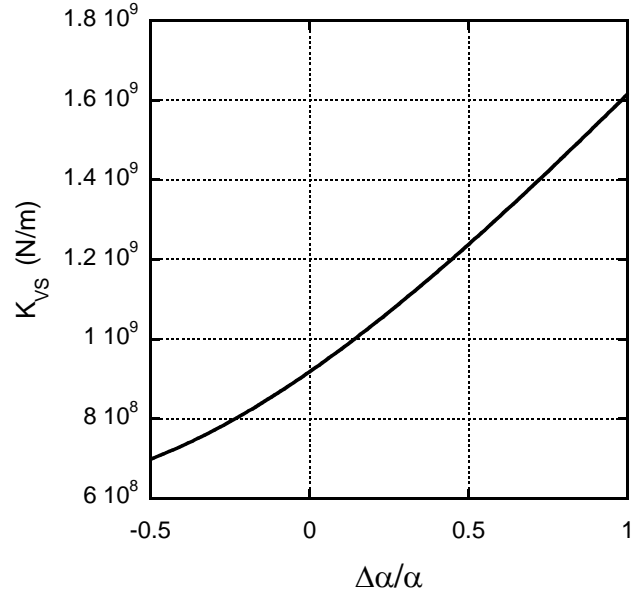


図 4.8 K_{vs} の α に対する変動

(4) ロッキングばねの減衰係数について

ここでは、 $\frac{\partial^2 C_{RG}}{\partial E_s^2}$ を求める。(4.82)式より

$$\frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} = h_{RG1} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} \bigg/ (\pi f) \quad (4.104)$$

E_s でさらに 1 階微分すると、

$$\frac{\partial^2 C_{RG}}{\partial E_s^2} = h_{RG1} \frac{\partial^2 K_{RG}}{\partial E_s^2} \bigg/ (\pi f) \quad (4.105)$$

ここで、 $\frac{\partial^2 K_{RG}}{\partial E_s^2}$ は(4.101)式より既に得られている。

4.6 数値例 1

上部構造 5 層せん断型モデルおよび 10 層せん断型モデルについて数値例を示す。杭は 4×4 本、杭間距離は 6m、杭径は 5 層のときは 1.2(m)、10 層のときは 1.5(m)、杭長は 20(m)、ヤング係数は $2.1 \times 10^{10}(\text{N/m}^2)$ とする。また、1 層あたりの床質量は $m = 259 \times 10^3(\text{kg})$ 、基礎質量は $m_0 = 778 \times 10^3(\text{kg})$ とする。1 次モードの等価質量、等価高さは、5 層のときは $4.09 \times m(\text{kg})$ 、12.8(m)、10 層のときは $7.86 \times m(\text{kg})$ 、24.5(m) である。また、群杭係数は、5 層のときは 0.42、10 層のときは 0.38 である。尚、群杭係数は、スウェイばねのばね剛性にのみ影響するものとする。

表層地盤の地盤密度は $\rho = 1.8 \times 10^3(\text{kg/m}^3)$ 、ポアソン比 $\nu = 0.35$ 、せん断波速度 $V_s = 100(\text{m/s})$ とし、支持地盤の地盤密度は $\rho_b = 2.0 \times 10^3(\text{kg/m}^3)$ 、ポアソン比 $\nu_b = 0.45$ 、せん断波速度 $V_{sb} = 400(\text{m/s})$ とする。表層地盤の非減衰 1 次固有円振動数は $\omega_{G1} = 7.85(\text{rad/s})$ である。

上部構造の基礎固定時の 1 次固有周期は、5 層のときは 0.5(s)、10 層のときは 1.0(s) とする。また、上部構造の減衰定数は 0.05 とする。表層地盤の減衰定数は 0.05、支持地盤の減衰定数は 0.02 とする。群杭基礎の動的地盤ばねの減衰は、地盤の 1 次固有円振動数よりも低振動数側では、地盤の材料減衰に支配され、高振動数側では、地盤の逸散減衰に支配されるものとする。

5 層および 10 層せん断型モデルに入力されるエネルギーの数値例は、エルセントロ NS(1940) の地震動を与えた場合について示されている。

表層地盤のヤング係数は $E_s = 2(1 + \nu_s) \rho_s V_s^2$ により算定するものとし、この値は公称値として用いられる。対応する剛性 K_{HG}, K_{RG} 、および減衰係数 C_{HG}, C_{RG} もまた公称値である。地盤ヤング係数に対する地震入力エネルギーの感度はこの公称値周りで考慮される。

4.6.1 不確定パラメターに対する入力エネルギーの変動

4.4, 4.5 節で得られたエネルギー伝達関数の地盤ヤング係数に対する感度を用いて、変動する地盤ヤング係数に対するエネルギー伝達関数 F_s の近似表現が次のように表される。

$$F_s(\omega; E_s + \Delta E_s) \cong F_s(\omega; E_s) + \sum_n \frac{E_s^n}{n!} \frac{\partial^n F_s(\omega)}{\partial E_s^n} \left(\frac{\Delta E_s}{E_s} \right)^n \quad (4.106)$$

さらに、変動する地盤ヤング係数に対する入力エネルギー E_I^S の近似表現も次のように表される。

$$E_I^S(E_s + \Delta E_s) \cong E_I^S(E_s) + \sum_n \frac{E_s^n}{n!} \frac{\partial^n E_I^S}{\partial E_s^n} \left(\frac{\Delta E_s}{E_s} \right)^n \quad (4.107)$$

図 4.9 は、上部構造 5 層モデルについて、地盤ヤング係数の公称値周りで評価した構造物への地震入力エネルギーの地盤ヤング係数に対する変動を表す。図 4.10 は、上部構造 10 層モデルについて示してある。図 4.9, 4.10 には、実際の変動と、1 次近似および 2 次近似によるものが示し

である。5 層モデルに関しては、地盤ヤング係数が大きくなると、構造物への地震入力エネルギーは増加する。一方、10 層モデルに関しては、地盤ヤング係数が大きくなると、構造物への地震入力エネルギーは低減される。2 次まで考慮した Taylor 展開表現は、実際の変動を大きな変動領域まで近似できることを表している。

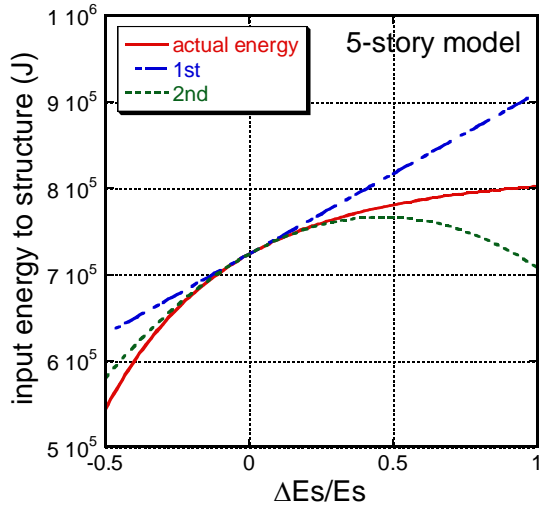


図 4.9 地盤ヤング係数に対する地震入力エネルギー E_I^S の変動 (5 層モデル)

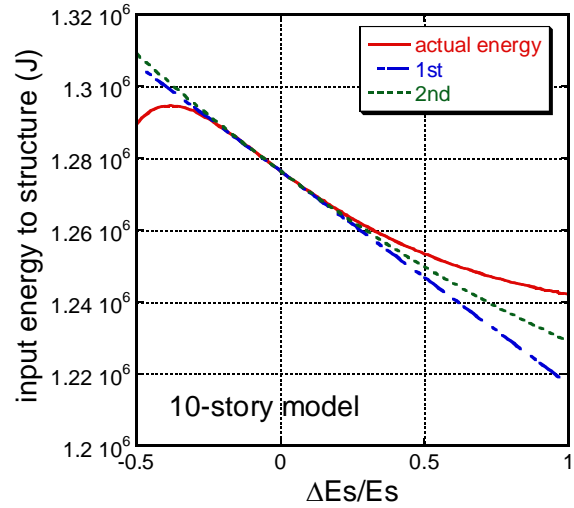


図 4.10 地盤ヤング係数に対する地震入力エネルギー E_I^S の変動 (10 層モデル)

4.6.2 構造物のエネルギー伝達関数の地盤ヤング係数に対する 1 次感度および 2 次感度

構造物のエネルギー伝達関数の、地盤ヤング係数に対する 1 次感度は以下ようになる。

$$\frac{\partial F_S}{\partial E_S} = \frac{\partial F_S}{\partial K_{HG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_S} + \frac{\partial F_S}{\partial C_{HG}} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_S} + \frac{\partial F_S}{\partial K_{RG}} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_S} + \frac{\partial F_S}{\partial C_{RG}} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_S} \quad (4.108)$$

図 4.11 は上部構造 5 層モデルについて、式(4.108)の各項を、外乱振動数を横軸として描いたものである。また、図 4.12 は上部構造 10 層モデルについて式(4.108)の各項を表す。両者ともオーダーは 10^{-3} 程度である。 K_{HG}, K_{RG} に対する感度は正負両方の値をとる一方、 C_{HG}, C_{RG} に対する感度は負の値のみをとることが分かる。これは、 K_{HG}, K_{RG} の変動が全体モデルの固有振動数を変化させ、エネルギー伝達関数のピーク位置が振動数の正の方向に移動するのに対し、 C_{HG}, C_{RG} の変動は全体モデルの固有振動数を変化させず、エネルギー伝達関数のピーク位置も移動しないためであると考えられる。

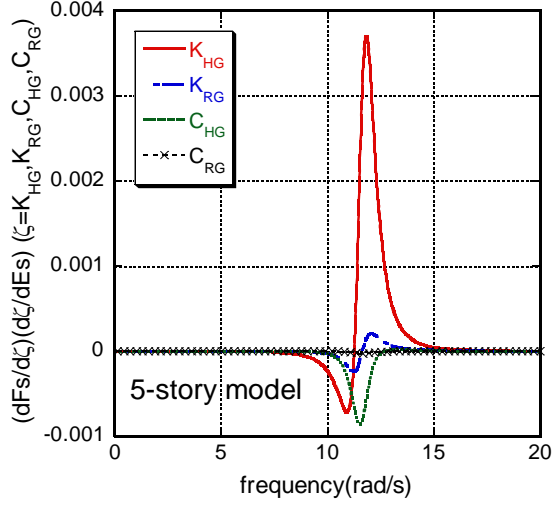


図 4.11 $K_{HG}, K_{RG}, C_{HG}, C_{RG}$ に対するエネルギー伝達関数の 1 次感度 (5 層モデル)

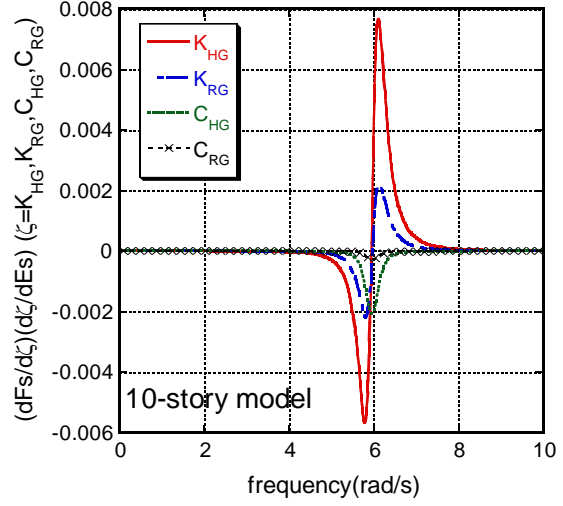


図 4.12 $K_{HG}, K_{RG}, C_{HG}, C_{RG}$ に対するエネルギー伝達関数の 1 次感度 (10 層モデル)

構造物のエネルギー伝達関数の、地盤ヤング係数に対する 2 次感度は以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 F_s}{\partial E_s^2} = & \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG}^2} \left(\frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \right)^2 + \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG}^2} \left(\frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \right)^2 + \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{RG}^2} \left(\frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} \right)^2 + \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{RG}^2} \left(\frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} \right)^2 \\
 & + 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial C_{HG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} + 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial K_{RG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} + 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial C_{RG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} \\
 & + 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG} \partial K_{RG}} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} + 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG} \partial C_{RG}} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} + 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{RG} \partial C_{RG}} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} \\
 & + \frac{\partial F_s}{\partial K_{HG}} \frac{\partial^2 K_{HG}}{\partial E_s^2} + \frac{\partial F_s}{\partial C_{HG}} \frac{\partial^2 C_{HG}}{\partial E_s^2} + \frac{\partial F_s}{\partial K_{RG}} \frac{\partial^2 K_{RG}}{\partial E_s^2} + \frac{\partial F_s}{\partial C_{RG}} \frac{\partial^2 C_{RG}}{\partial E_s^2}
 \end{aligned} \tag{4.109}$$

以下の図は、式(4.109)の右辺の各項について、外乱振動数を横軸として描いたものである。

図 4.13 は上部構造 5 層モデル、図 4.14 は上部構造 10 層モデルについて、式(4.109)の $\frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG}^2} \left(\frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \right)^2$, $\frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG}^2} \left(\frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \right)^2$, $\frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{RG}^2} \left(\frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} \right)^2$, $\frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{RG}^2} \left(\frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} \right)^2$ を表す。これらのオーダーは 10^{-10} 程度である。

図 4.15 は上部 5 層モデル、図 4.16 は上部 10 層モデルについて、式(4.109)の $2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial C_{HG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s}$ を表す。これらのオーダーは最も大きく、 10^{-3} 程度である。5 層モデル

の感度形状と 10 層モデルの感度形状が全く異なることは興味深いことである。

図 4.17 は上部構造 5 層モデル、図 4.18 は上部構造 10 層モデルについて、式(4.109)の

$$2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial K_{RG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s}, \quad 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial C_{RG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s}, \quad 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG} \partial K_{RG}} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s},$$

$$2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG} \partial C_{RG}} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s}, \quad 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{RG} \partial C_{RG}} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} \text{ を表す。これらのオーダーは } 10^{-11} \text{ 程度であ}$$

る。図 4.19 は上部構造 5 層モデル、図 4.20 は上部構造 10 層モデルについて、式(4.109)の

$$\frac{\partial F_s}{\partial K_{HG}} \frac{\partial^2 K_{HG}}{\partial E_s^2}, \quad \frac{\partial F_s}{\partial C_{HG}} \frac{\partial^2 C_{HG}}{\partial E_s^2}, \quad \frac{\partial F_s}{\partial K_{RG}} \frac{\partial^2 K_{RG}}{\partial E_s^2}, \quad \frac{\partial F_s}{\partial C_{RG}} \frac{\partial^2 C_{RG}}{\partial E_s^2} \text{ を表す。これらのオーダーは } 10^{-16} \sim 10^{-15} \text{ 程度であり、他の値に比べ殆んど影響がない。}$$

以上より、式(4.109)右辺の幾つかの項は非常に小さい値をとり、有限差分による方法は数値解析的に不安定になる可能性があることが理解される。提案されている閉形感度を用いることによって、この問題は回避される。

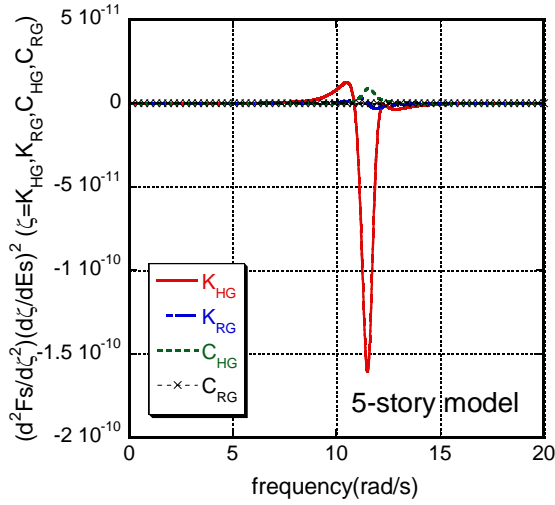


図 4.13 エネルギー伝達関数の 2 次感度 (5 層モデル)

$$\frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG}^2} \left(\frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \right)^2, \quad \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG}^2} \left(\frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \right)^2,$$

$$\frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{RG}^2} \left(\frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} \right)^2, \quad \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{RG}^2} \left(\frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} \right)^2$$

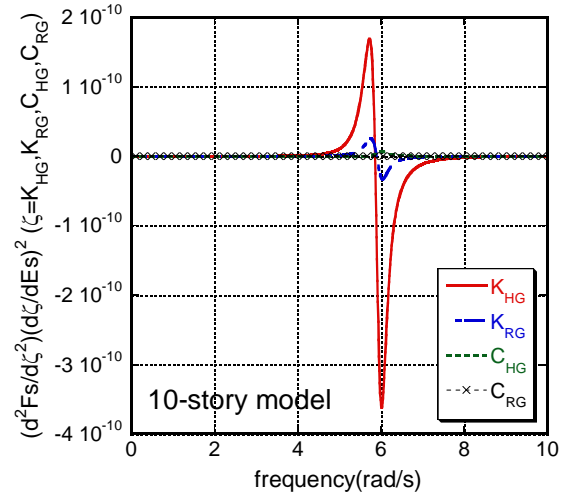


図 4.14 エネルギー伝達関数の 2 次感度 (10 層モデル)

$$\frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG}^2} \left(\frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \right)^2, \quad \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG}^2} \left(\frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \right)^2,$$

$$\frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{RG}^2} \left(\frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} \right)^2, \quad \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{RG}^2} \left(\frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s} \right)^2$$

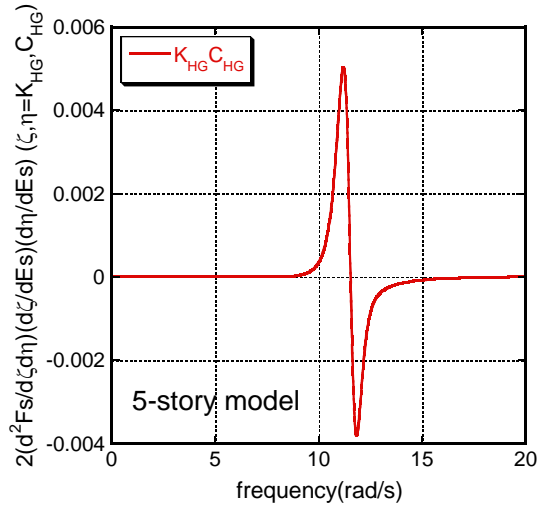


図 4.15 エネルギー伝達関数の 2 次感度
(5 層モデル)

$$2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial C_{HG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s}$$

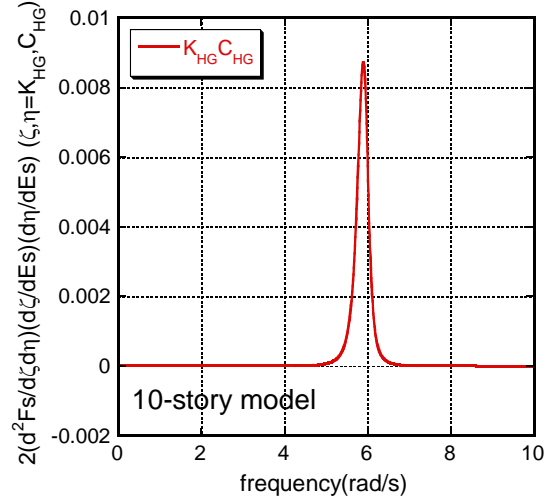


図 4.16 エネルギー伝達関数の 2 次感度
(10 層モデル)

$$2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial C_{HG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s}$$

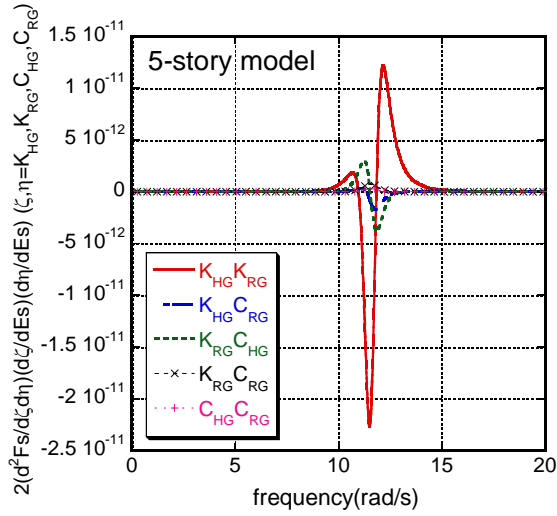


図 4.17 エネルギー伝達関数の 2 次感度
(5 層モデル)

$$2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial K_{RG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s}, 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial C_{RG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s},$$

$$2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG} \partial K_{RG}} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s}, 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG} \partial C_{RG}} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s},$$

$$2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{RG} \partial C_{RG}} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s}$$

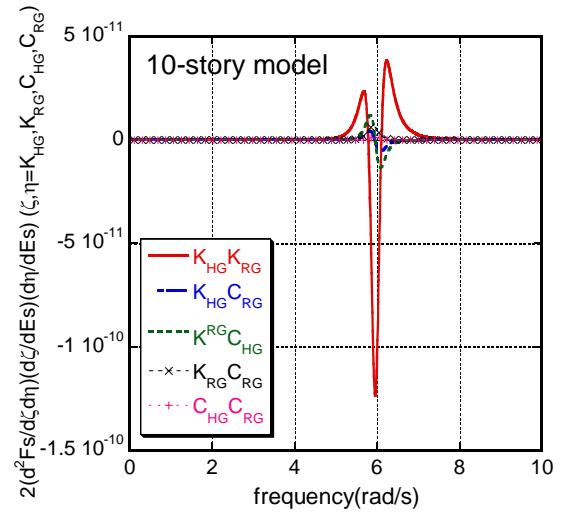


図 4.18 エネルギー伝達関数の 2 次感度
(10 層モデル)

$$2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial K_{RG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s}, 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{HG} \partial C_{RG}} \frac{\partial K_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s},$$

$$2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG} \partial K_{RG}} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s}, 2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial C_{HG} \partial C_{RG}} \frac{\partial C_{HG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s},$$

$$2 \frac{\partial^2 F_s}{\partial K_{RG} \partial C_{RG}} \frac{\partial K_{RG}}{\partial E_s} \frac{\partial C_{RG}}{\partial E_s}$$

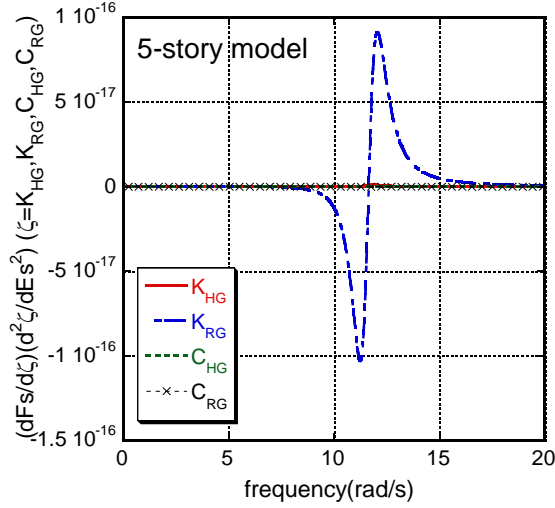


図 4.19 エネルギー伝達関数の 2 次感度
(5 層モデル)

$$\frac{\partial F_S}{\partial K_{HG}} \frac{\partial^2 K_{HG}}{\partial E_S^2}, \frac{\partial F_S}{\partial C_{HG}} \frac{\partial^2 C_{HG}}{\partial E_S^2},$$

$$\frac{\partial F_S}{\partial K_{RG}} \frac{\partial^2 K_{RG}}{\partial E_S^2}, \frac{\partial F_S}{\partial C_{RG}} \frac{\partial^2 C_{RG}}{\partial E_S^2}$$

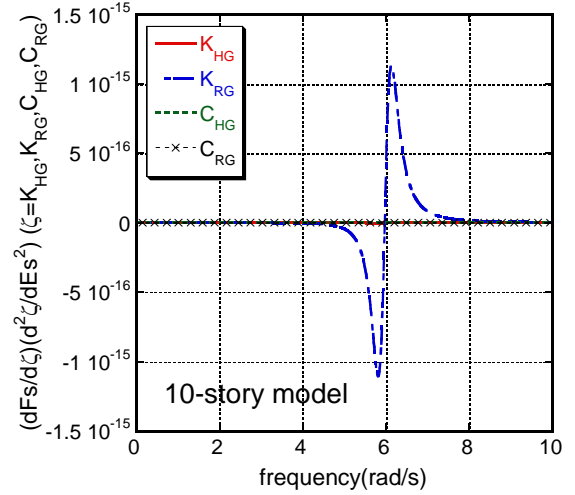


図 4.20 エネルギー伝達関数の 2 次感度
(10 層モデル)

$$\frac{\partial F_S}{\partial K_{HG}} \frac{\partial^2 K_{HG}}{\partial E_S^2}, \frac{\partial F_S}{\partial C_{HG}} \frac{\partial^2 C_{HG}}{\partial E_S^2},$$

$$\frac{\partial F_S}{\partial K_{RG}} \frac{\partial^2 K_{RG}}{\partial E_S^2}, \frac{\partial F_S}{\partial C_{RG}} \frac{\partial^2 C_{RG}}{\partial E_S^2}$$

4.7 数値例 2

数値例 1 のように、エルセントロ NS のような実際の地震動を与えるのではなく、地震動のフーリエ加速度を応答スペクトルで与える場合を考える。その他の条件は、数値例 1 と同じである。

限界耐力計算における安全限界レベルの、減衰定数が零のときの地表面における速度応答スペクトルは、地表面における入力加速度のフーリエ変換の絶対値にほぼ等しくなる。つまり、式 (4.110) のようになる。

$$S_v(h=0) \cong |\ddot{U}_g(\omega)| \quad (4.110)$$

ここで、

S_v : 安全限界固有周期に対する地表面における速度応答スペクトルの値

$\ddot{U}_g(\omega)$: 地表面における入力加速度のフーリエ変換

尚、 S_v は建物の固有周期 T の関数であり、 $\ddot{U}_g(\omega)$ は入力地震動の強制振動数の関数であるが、式 (4.110) では $T = \frac{2\pi}{\omega_s}$ を用いて、建物の固有円振動数 ω_s と入力地震動の強制振動数 ω が一致するものとする。 S_v は以下のように与えられる。

$$S_V = \frac{S_A}{\omega_s} = \frac{T}{2\pi} S_A \quad (4.111a,b)$$

$$S_A = S_0 \cdot G_s \cdot F_h$$

ここで、

ω_s : 建物の固有円振動数

T : 建物の固有周期

S_A : 安全限界固有周期に対する地表面における加速度応答スペクトルの値

S_0 : 安全限界固有周期に対する工学的基盤における加速度応答スペクトルの値

G_s : 表層地盤による加速度の増幅率

F_h : 振動の減衰による加速度の低減率

$S_0(\text{m/s}^2)$ は以下のように与えられる。

$$S_0 = 3.2 + 30T \quad (T < 0.16)$$

$$S_0 = 8 \quad (0.16 \leq T < 0.64) \quad (4.112a-c)$$

$$S_0 = \frac{5.12}{T} \quad (0.64 \leq T)$$

表層地盤の増幅率 G_s の算定法としては、解放工学的基盤から地表面への伝達関数を一次元重複反射理論に基づいて設定した近似式が与えられている。

まず、表層地盤の 1 次固有周期 T_1 、2 次固有周期 $T_2 (= T_1/3)$ に対する増幅率 G_{s1} 、 G_{s2} を地盤の減衰定数 h_s 、表層地盤と工学的基盤との波動インピーダンス比 α_i より求める。

$$G_{s1} = \frac{1}{1.57h_s + \alpha_i}$$

$$G_{s2} = \frac{1}{4.71h_s + \alpha_i} \quad (4.113a-c)$$

$$\alpha_i = \frac{\rho \cdot V_s}{\rho_B \cdot V_{SB}}$$

ここで、

ρ : 表層地盤の単位質量 (kg/m^3)

V_s : 表層地盤のせん断波速度 (m/s)

ρ_B : 工学的基盤の単位質量 (kg/m^3)

V_{SB} : 工学的基盤のせん断波速度 (m/s)

増幅率 G_s は、 T_1, T_2, G_{s1}, G_{s2} より以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned}
G_s &= G_{s2} \frac{T}{0.8T_2} & (T \leq 0.8T_s) \\
G_s &= \frac{G_{s1} - G_{s2}}{0.8(T_1 - T_2)} T + G_{s2} - 0.8 \frac{G_{s1} - G_{s2}}{0.8(T_1 - T_2)} T_2 & (0.8T_2 < T \leq 0.8T_1) \\
G_s &= G_{s1} & (0.8T_2 < T \leq 1.2T_1) \\
G_s &= \frac{G_{s1} - 1}{\frac{1}{1.2T_1} - 0.1} \cdot \frac{1}{T} + G_{s1} - \frac{G_{s1} - 1}{\frac{1}{1.2T_1} - 0.1} \cdot \frac{1}{1.2T_1} & (1.2T_1 < T)
\end{aligned} \tag{4.114a-d}$$

また、 F_h は以下の式で与えられる。

$$F_h = \frac{1.5}{1 + 10h} \tag{4.115}$$

ここで、

h : 構造物の減衰定数

以上より得られる速度応答スペクトルを建物の固有円振動数の関数に変換したものを、入力加速度のフーリエ変換として与えた場合の、5 層および 10 層せん断型モデルに入力される地震エネルギーの数値例を以下に示す。

図 4.21 は、上部構造 5 層モデルについて、地盤ヤング係数の公称値周りで評価した構造物への地震入力エネルギーの地盤ヤング係数に対する変動を表す。図 4.22 は、上部構造 10 層モデルについて示してある。図 4.21, 4.22 には、表層地盤による増幅効果を考慮しない場合の、実際の変動及び 1 次近似および 2 次近似によるものと、表層地盤による増幅効果を考慮した場合の、実際の変動が示されている。表層地盤による増幅効果を考慮した場合では、入力エネルギーが大幅に増加している。これは、入力エネルギーには入力加速度の 2 乗の効果があるためであると考えられる。

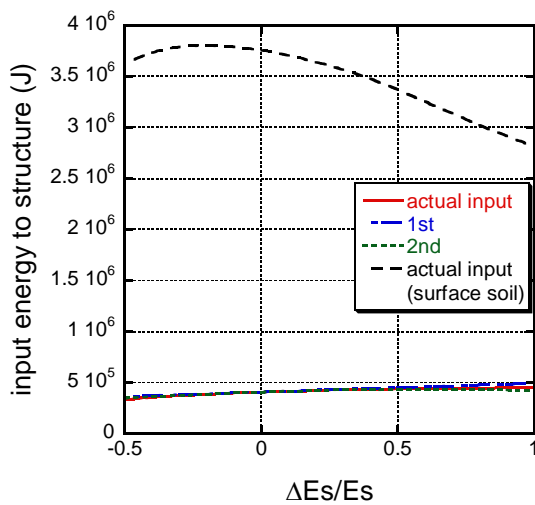


図 4.21 地震入力エネルギーの地盤剛性に対する変動（5 層モデル）

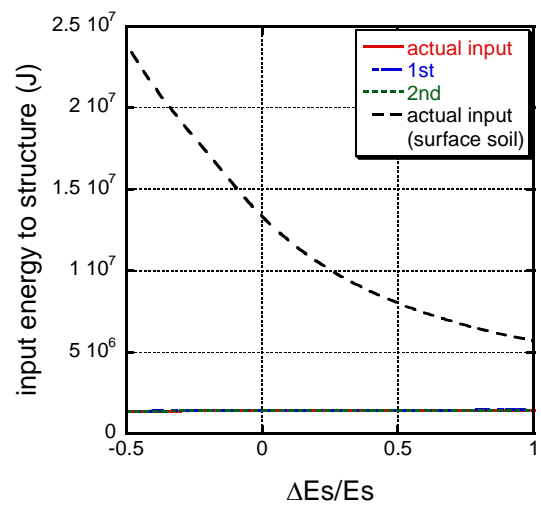


図 4.22 地震入力エネルギーの地盤剛性に対する変動（10 層モデル）

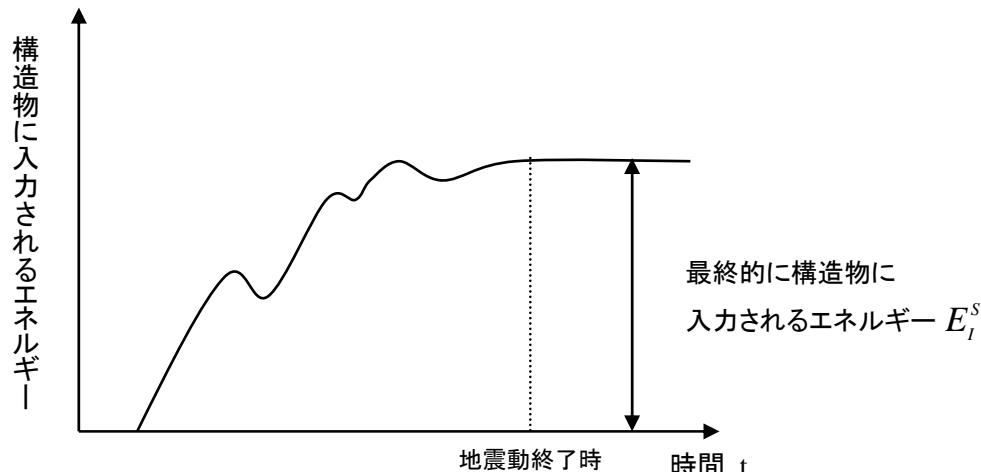


図 4.23 構造物に入力される地震エネルギーの時刻歴の概念図

4.8 地震入力エネルギーの構造設計への反映

図 4.23 は、構造物に入力される地震エネルギーの時刻歴の概念図を表す。振動数領域の方法で評価される構造物への地震入力エネルギー E_I^S は、最終的に構造物に入力される地震エネルギーが求められる。振動数領域の方法では、途中で入力エネルギーが急激に大きくなるようなところは把握できない。このエネルギーの急激な変化は、運動エネルギーおよび弾性ひずみエネルギーによるものである。したがって、本論文で提案する設計法は、骨組は弾性限内に納まっているものとし、応答スペクトルを用いて、変形がクライテリア以下になることを確認する。線形弾性構造物の場合、 E_I^S は構造物の減衰性能が消費するエネルギーにほぼ等しくなる。構造物に粘性ダンパーが組み込まれている場合、設計者はこの地震入力エネルギーから粘性ダンパーの地震時要求性能を評価することができる。

4.9 結論

- (1) SR モデルの全体系および構造物への地震入力エネルギーは、構造物 - 地盤連成系の複雑な力学特性やエネルギーの流れを表現するのに適した量である。構造物への最終的な地震入力エネルギーは、振動数領域の方法を有効に用いることにより、簡潔な形で得ることができる。
- (2) 振動数領域での地震入力エネルギーの表現は、入力と構造物 - 地盤系の分離した形での表現を可能とし、地震入力エネルギーの不確定パラメターに対する高次までの感度を閉形表現で誘導するのに適している。また、振動数領域の方法は、振動数依存の剛性や減衰係数を扱うことを可能にする。時間領域での振動数依存の剛性や減衰係数の扱いは非常に困難であるため、提案された振動数領域の方法は通常の時間領域の方法よりも有効であると言える。
- (3) 構造物 - 杭系を SR モデルに置換する方法を導入することにより、構造物 - 杭系に入力される地震エネルギーを SR モデルを用いて評価する振動数領域の方法を展開した。具体的には、

- 上部構造多自由度系せん断型モデルを1自由度系モデルに縮約し、構造物 - 杭 - 地盤系をスウェイ - ロッキングばねで支持された1自由度系モデルにより表現する方法を展開した。
- (4) SRモデルに対する不確定性解析を有効に用いることにより、構造物 - 杭系に入力される地震エネルギーの地盤パラメータに対する不確定性解析を効率よく行う方法を展開した。感度計算においてチェーンルールを用いることにより、不確定性解析を上手に行うことができる。これは、複雑な構造物 - 杭 - 地盤系の感度計算の効率を高める。

参考文献

- 日本建築学会 (2006). 建物と地盤の動的相互作用を考慮した応答解析と耐震設計.
- 日本建築学会 (2001). 建築基礎構造設計指針.
- Akiyama H. (1985). *Earthquake resistant limit-state design for buildings*. University of Tokyo Press, Tokyo, Japan.
- Anderson JC, Bertero VV. (1987). Uncertainties in establishing design earthquakes. *J Struct Engng, ASCE*; **113**(8): 1709-1724.
- Drenick RF. (1970). Model-free design of aseismic structures. *J Engng Mech Div, ASCE*; **96**(EM4): 483-493.
- Francis A.J. (1964). Analysis of pile groups with flexural resistance, *J. Soil Mech. And Foundations Div., ASCE*, 90(SM3): 1-32.
- Gazetas G, Dobry R. (1984). Horizontal response of piles in layered soils, *J. Geotech. Engng. ASCE*, **110**(1): 20-40.
- Housner GW. (1959). Behavior of structures during earthquakes. *J Engng Mech Div, ASCE*; **85**(4): 109-129.
- Housner GW, Jennings PC. (1977). The capacity of extreme earthquake motions to damage structures. 'Structural and geotechnical mechanics': A volume honoring NM Newmark edited by WJ Hall, 102-116, Prentice-Hall Englewood Cliff, NJ.
- Iyengar, R. N., and Manohar, C. S. (1987). Nonstationary random critical seismic excitations. *J. Engrg. Mech., ASCE*; **113**(4), 529-541.
- Kishida A, Takewaki I (2006). Exact higher-order sensitivity and variation of earthquake energy input in soil-structure interaction system, *An International Journal of Advances in Structural Engineering*, **9** (5), 37-53.
- Kishida, A. and Takewaki, I. (2007). Analysis of earthquake energy input in soil-pile-structure system with uncertain soil parameter, *An International Journal of Advances in Structural Engineering*, **10**(3), 229-244.

- Kuwamura H, Kirino Y, Akiyama H. (1994). Prediction of earthquake energy input from smoothed Fourier amplitude spectrum. *Earthquake Engng Struct Dyn*; **23**: 1125-1137.
- Luco, J.E. (1980). *Linear soil-structure interaction*. UCRL-15272, Lawrence Livermore Laboratory, Livermore, CA.
- Lyon RH. (1975). *Statistical energy analysis of dynamical systems*. The MIT Press, Cambridge, MA.
- Manohar, C. S., and Sarkar, A. (1995). Critical earthquake input power spectral density function models for engineering structures. *Earthquake Engng Struct Dyn*; **24**, 1549-1566.
- 大井謙一、田中 尚、高梨晃一、地震動による構造物へのエネルギー入力の統計量予測に関する基礎的考察, 日本建築学会論文報告集 347, 47-55, 1985 年 1 月.
- Ordaz M, Huerta B, Reinoso E. (2003). Exact computation of input-energy spectra from Fourier amplitude spectra. *Earthquake Engng Struct Dyn*; **32**: 597-605.
- Shinozuka M. (1970). Maximum structural response to seismic excitations. *J Engng Mech Div, ASCE*; **96**(EM5): 729-738.
- Takewaki I. (2001). Probabilistic critical excitation for MDOF elastic-plastic structures on compliant ground. *Earthquake Engng Struct Dyn*; **30**(9): 1345-1360.
- Takewaki I. (2002a). Critical excitation method for robust design: A review. *J Struct Engng, ASCE*; **128**(5): 665-672.
- Takewaki I. (2002b). Robust building stiffness design for variable critical excitations. *J Struct Engng, ASCE*; **128**(12): 1565-1574.
- Takewaki I. (2004a). Bound of earthquake input energy. *J Struct Engng, ASCE*; **130**(9): 1289-1297.
- Takewaki I. (2004b). Response spectrum method for nonlinear surface ground analysis, *Advances in Structural Engineering*; **7**(6): 503-514.
- Takewaki I. (2005). Frequency domain analysis of earthquake input energy to structure-pile systems, *Engineering Structures*, **27**(4):549-563.
- Takewaki I., Fujimoto H. (2004). Earthquake input energy to soil-structure interaction systems: A frequency-domain approach, *Advances in Structural Engineering*, **7**(5): 399-414
- Trifunac MD, Hao TY, Todorovska MI. (2001). On energy flow in earthquake response. Report CE 01-03, July 2001, University of Southern California.
- Uang CM, Bertero VV. (1990). Evaluation of seismic energy in structures. *Earthquake Engng Struct Dyn*; **19**: 77-90.
- Wolf JP. (1985). *Dynamic soil-structure interaction*. Prentice-Hall, Inc.
- Wolf JP. (1988). *Soil-structure-interaction analysis in time domain*. Prentice-Hall, Inc.

第 5 章

地盤強制変位による運動学的効果を考慮した

杭基礎を有する建築骨組の上部下部統合化設計

5.1 序

建築構造設計の実務では、通常、(1)経験や資料に基づく初期計画段階での部材断面サイズの仮定と、(2)その仮定骨組モデルに設計用外力を作用させたときの構造解析（応答解析）による設計条件の検定という大きな流れの中で、ほぼすべての設計条件が満たされるまで設計者の判断に基づく部材選定が繰り返し行われる。この過程を総称して構造設計と呼ぶことが多い。しかしながら、建築構造物の大規模化、多種多様な新素材の開発が進む状況下では、構造設計者の経験やそれに基づく判断が必ずしも有効に利用できるとは限らず、構造設計過程の一層の数理化・論理化を促進させ、設計条件と設計目標から組織的に部材寸法や部材断面サイズが選定される本来の意味での構造設計の体系を構築することが強く求められている。

建築構造物において、基礎構造部分、特に杭基礎の直接工事費が全構造躯体の直接工事費に占める割合は小さくなく、この杭基礎のコストを如何に小さくするかが重要な課題の一つとなっている。しかしながら現状では、上部構造の最適設計に関する研究は存在するものの（日本建築学会 2002）、杭基礎の最適設計に関する研究はほとんど例がない。また、杭基礎を有する建築構造物に関する逆問題型設計法はわずかに提案されているが（中村ら 1992）、最適設計に関する研究はほとんど存在しない。

そこで著者らはこれまでに、上部構造と杭基礎の総コストを最小化する設計法を、現実的な条件を考慮した形で提案してきた（岸田ら 2005）。具体的には、上部構造に要求される設計条件と、杭基礎に要求される設計条件を可能な限り検討し、施工コストまで簡易的に考慮した総コストを最小化する設計法を提案した。これまでは、杭基礎に作用する外力は上部構造からの慣性力のみを考慮し、地盤強制変位による運動学的効果は考慮されていない。しかしながら、2001 年に改定された「建築基礎構造設計指針」（日本建築学会 2001）では、これら二つの効果を考慮することの必要性が述べられている。

従って本章では、地盤強制変位による運動学的効果も考慮した上部 - 下部統合化設計法を提案する。具体的には、文献（竹脇ら 2003）の応答スペクトル法による地震時最大応答評価において、文献（竹脇ら 2004）で用いられている 2 種類の表層地盤モデルに対して、杭頭曲げモーメントおよび杭頭せん断力の最大値を評価し、上部構造からの慣性力による杭頭曲げモーメントおよび杭頭せん断力に付加する。慣性力によるものと、運動学的効果によるものを如何に組み合わせるかについては、種々の議論がある。一般に、高層建物では両者の SRSS とし、中低層建物では両者の単純和とすべきとの議論がある。ここでは、中低層建物を扱っているため単純和とする。また、地盤特性は等価線形解析により評価するものとし、地盤のひずみレベル依存性を考慮する。

5.2 地盤強制変位による運動学的効果の導入

5.2.1 自由地盤に対する応答スペクトル法

(1) 地盤モデル

ここでは水平境界を有する層状地盤モデルを扱う。このモデルは、工学的基盤上の水平方向に一様な $(N-1)$ 層の地盤層から成る。2000年改正の建築基準法では、設計用地震動は解放工学的基盤面において加速度応答スペクトルとして定義されている。地表面と接する地盤層を第1層の地盤層とし、工学的基盤は第 N 層とする。 u_m は第 $(m-1)$ 層地盤と第 m 層地盤との境界面の点の水平変位を表す。第 m 層地盤における鉛直下方座標を x_m とし、第 m 層地盤の厚さを h_m とする。 G_m, β_m, ρ_m はそれぞれ、第 m 層地盤のせん断剛性、履歴減衰定数、質量密度を表す。

(2) 応答スペクトル法

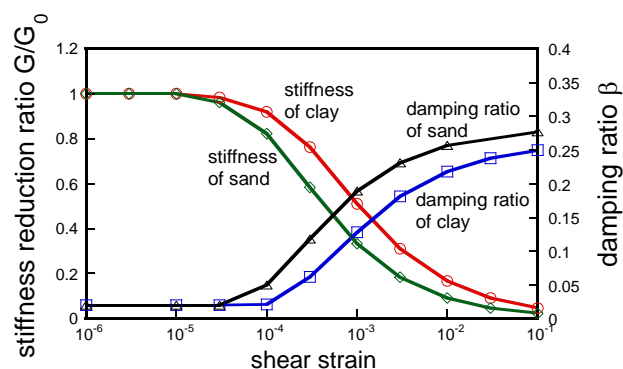


図 5.1 地盤のひずみレベル依存性

図 5.1 に示されるように、地盤にはひずみレベル依存性が存在するため、本論文では、これをモデルおよび応答評価法に組み込む。ひずみレベル依存性は、通常は一次元重複反射理論に基づき、SHAKE などを用いて評価するのが一般的である。しかし、応答スペクトルに適合する地震波に対して適用するには、多大な計算量が要求され、ばらつきも大きくなる。本論文では、自由地盤に対する複素固有値解析に基づく応答スペクトル法を用いて、それぞれの層における等価な剛性や減衰定数を決定する (Takewaki 2004)。杭 - 地盤系を考える際には、杭周辺での非線形性も問題となるが、ここでは自由地盤に対して得られた値を用いる。

通常、履歴減衰モデルに応答スペクトル法を適用することは困難であると考えられている。本論文では、履歴減衰を等価な粘性減衰で置換する。ここで、履歴減衰定数としては最低次振動モードに対する粘性減衰定数を用いる。置換された地盤は非比例減衰を有する。また、振動解析のために工学的基盤面上部に粘性境界を導入する。

各々の地盤層は変位関数を 1 次関数とした有限要素によってモデル化する。自由地盤単独の解析では、自由地盤の支配面積は単位面積であると仮定する。自由地盤の質量マトリクスおよび剛性マトリクスは以下のように表される。

$$\mathbf{M} = \sum_i \mathbf{m}_i, \quad \mathbf{K} = \sum_i \mathbf{k}_i \quad (5.1a,b)$$

$$\mathbf{m}_i = \begin{bmatrix} \ddots & & & 0 \\ & (1/3)m_{soil}^{(i)} & (1/6)m_{soil}^{(i)} & \\ & (1/6)m_{soil}^{(i)} & (1/3)m_{soil}^{(i)} & \\ 0 & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (5.2a)$$

$$\mathbf{k}_i = \begin{bmatrix} \ddots & & & 0 \\ & k_{soil}^{(i)} & -k_{soil}^{(i)} & \\ & -k_{soil}^{(i)} & k_{soil}^{(i)} & \\ 0 & & & \ddots \end{bmatrix} \quad (5.2b)$$

ここで $\mathbf{m}_i, \mathbf{k}_i$ は、それぞれ第 i 層地盤の要素質量マトリクスおよび剛性マトリクスであり、 $m_{soil}^{(i)} = \rho_i h_i$, $k_{soil}^{(i)} = G_i / h_i$ である。減衰マトリクス \mathbf{C} は次のように表される。

$$\mathbf{C} = \sum_{i=1}^N (2\beta_i / \omega_{G1}) \mathbf{k}_i + \mathbf{C}_b \quad (5.3)$$

ω_{G1} は表層地盤の 1 次固有円振動数であり、 \mathbf{C}_b は工学的基盤面上部における粘性境界の減衰係数 $\sqrt{\rho_N G_N}$ からなる減衰マトリクスである。

$\Lambda^{(j)}, \mathbf{u}^{(j)}$ は地盤系の j 次複素固有値、 j 次複素固有ベクトルを表すとする。 j 次減衰自由振動の支配方程式は次式のようになる。

$$\left(\Lambda^{(j)2} \mathbf{M} + \Lambda^{(j)} \mathbf{C} + \mathbf{K} \right) \mathbf{u}^{(j)} = \mathbf{0} \quad (5.4)$$

固有ベクトル $\mathbf{u}^{(j)}$ は、次の直交性を満足する。

$$\left(\Lambda^{(r)} + \Lambda^{(s)} \right) \mathbf{u}^{(r)T} \mathbf{M} \mathbf{u}^{(s)} + \mathbf{u}^{(r)T} \mathbf{C} \mathbf{u}^{(s)} = 0 \quad (r \neq s) \quad (5.5a)$$

$$\Lambda^{(r)} \Lambda^{(s)} \mathbf{u}^{(r)T} \mathbf{M} \mathbf{u}^{(s)} + \mathbf{u}^{(r)T} \mathbf{K} \mathbf{u}^{(s)} = 0 \quad (r \neq s) \quad (5.5b)$$

ここで、添え字 T はベクトルの転置を表す。

$\Lambda^{(j)}$ と $\mathbf{u}^{(j)}$ を次のように表す。

$$\Lambda^{(j)} = \alpha^{(j)} + \beta^{(j)} i \quad (5.6a)$$

$$\mathbf{u}^{(j)} = \Phi^{(j)} + \Psi^{(j)} i \quad (5.6b)$$

正規化すると次のようになる。

$$\Phi^{(j)T} \mathbf{M} \Phi^{(j)} + \Psi^{(j)T} \mathbf{M} \Psi^{(j)} = 1 \quad (5.7a)$$

$$\Phi^{(j)T} \mathbf{M} \Psi^{(j)} = 0 \quad (5.7b)$$

式(5.7a)は $\bar{\mathbf{u}}^{(j)T} \mathbf{M} \mathbf{u}^{(j)} = 1$ と等価であり ($\bar{\mathbf{u}}^{(j)}$; $\mathbf{u}^{(j)}$ の虚部)、式(5.7b) は式(5.7a)とは独立なもう一つの正規化条件である。

表現を簡潔にするため、次式のような j 次固有振動に対する複素刺激係数を導入する (Nakamura et al 1996)。

$$\nu^{(j)} = \frac{\mathbf{u}^{(j)T} \mathbf{M} \mathbf{1}}{\bar{\mathbf{u}}^{(j)T} \mathbf{M} \mathbf{u}^{(j)}} \frac{1}{1 + \chi^{(j)} i}, \quad (5.8)$$

ここで、 $\mathbf{1} = \{1 \cdots 1\}^T$ であり、

$$\chi^{(j)} = \frac{h^{(j)}}{\sqrt{1 - h^{(j)2}}} - \frac{1}{2\omega_d} \frac{\mathbf{u}^{(j)T} \mathbf{C} \mathbf{u}^{(j)}}{\bar{\mathbf{u}}^{(j)T} \mathbf{M} \mathbf{u}^{(j)}} \quad (5.9)$$

である。 j 次固有振動に対する仮の減衰定数 $h^{(j)}$ と仮の固有円振動数 $\omega^{(j)}$ は、次のように定義する。

$$h^{(j)} = \bar{\mathbf{u}}^{(j)T} \mathbf{C} \mathbf{u}^{(j)} / (2\omega^{(j)}) \quad (5.10a)$$

$$\omega^{(j)2} = \bar{\mathbf{u}}^{(j)T} \mathbf{K} \mathbf{u}^{(j)} \quad (5.10b)$$

式(5.6a)中のパラメータ $\alpha^{(j)}, \beta^{(j)}$ は $h^{(j)}, \omega^{(j)}$ に関して $\alpha^{(j)} = -\omega^{(j)} h^{(j)}, \beta^{(j)} = \pm \omega^{(j)} \sqrt{1 - h^{(j)2}}$ と表される。

工学的基盤面での加速度応答スペクトルに対する第 k 層地盤のせん断ひずみの最大値の平均は次式で与えられる (Yang et al 1990)。

$$\gamma_{k \max} = \frac{1}{h_k} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\{ \delta_{sk}^{(i)} \rho_{ss}^{(ij)} \delta_{sk}^{(j)} + 2\delta_{sk}^{(i)} \rho_{sc}^{(ij)} \delta_{ck}^{(j)} + \delta_{ck}^{(i)} \rho_{cc}^{(ij)} \delta_{ck}^{(j)} \right\}} \quad (5.11)$$

ここで n は採用次数、 $\delta_{sk}^{(i)}, \delta_{ck}^{(i)}, \rho_{ss}^{(ij)}, \rho_{cc}^{(ij)}, \rho_{sc}^{(ij)}$ は次のような量を示す。

$$\begin{aligned}
\delta_{sk}^{(i)} &= S_{Ds}^{(i)} \operatorname{Re} \left[v^{(i)} \{ u_k^{(i)} - u_{k-1}^{(i)} \} \right] \\
\delta_{ck}^{(i)} &= S_{Dc}^{(i)} \operatorname{Im} \left[v^{(i)} \{ u_k^{(i)} - u_{k-1}^{(i)} \} \right] \\
\rho_{ss}^{(ij)} &= 8a_{ij}c_{ij}\omega^{(i)}\omega^{(j)} / d_{ij} \\
\rho_{cc}^{(ij)} &= 4a_{ij}b_{ij}c_{ij} / \left\{ d_{ij} \sqrt{(1+h^{(i)^2})(1+h^{(j)^2})} \right\} \\
\rho_{sc}^{(ij)} &= 4a_{ij}\omega^{(i)} \left(b_{ij} - 2\omega^{(j)^2} \right) / \left(d_{ij} \sqrt{1+h^{(j)^2}} \right)
\end{aligned} \tag{5.12a-e}$$

有効せん断ひずみは $\gamma_{\text{eff}} = 0.65 \times \gamma_{\text{max}}$ で評価する。 $\omega^{(i)}$, $h^{(i)}$ は、それぞれ第 i 次固有円振動数相当量、第 i 次減衰定数相当量を表す。また、 $u^{(i)} = \{u_k^{(i)}\}$ は i 次固有ベクトル、 $v^{(i)}$ は i 次刺激係数である。 $S_{Ds}^{(i)}$, $S_{Dc}^{(i)}$ はそれぞれ sine、cosine スペクトルで、ここでは両者ともに変位応答スペクトルを用いる。なお、 $S_{Ds}^{(i)}$, $S_{Dc}^{(i)}$ はそれぞれ $S_i(t)$ の最大値の平均、 $C_i(t)$ の最大値の平均であり、 $S_i(t)$, $C_i(t)$ はそれぞれ以下のように定義される。

$$\begin{aligned}
S_i(t) &= -\frac{1}{\omega_D^{(i)}} \int_0^t e^{-h^{(i)}\omega^{(i)}(t-\tau)} \left\{ \sin \omega_D^{(i)}(t-\tau) \right\} \ddot{u}_g(\tau) d\tau \\
C_i(t) &= -\frac{1}{\omega_D^{(i)}} \int_0^t e^{-h^{(i)}\omega^{(i)}(t-\tau)} \left\{ \cos \omega_D^{(i)}(t-\tau) \right\} \ddot{u}_g(\tau) d\tau
\end{aligned} \tag{5.13a,b}$$

図 5.2 に提案手法のフローチャートを示す。

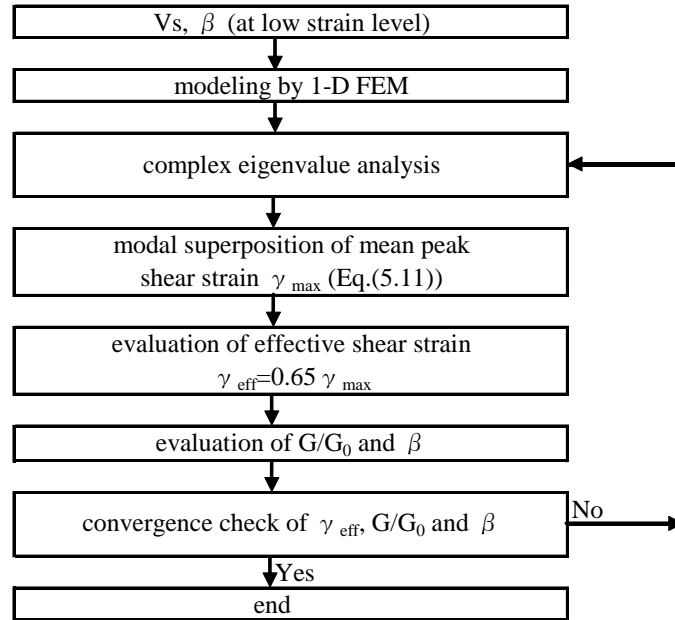


図 5.2 複素固有値解析に基づく応答スペクトル法を用いた表層地盤の等価線形解析法のフローチャート

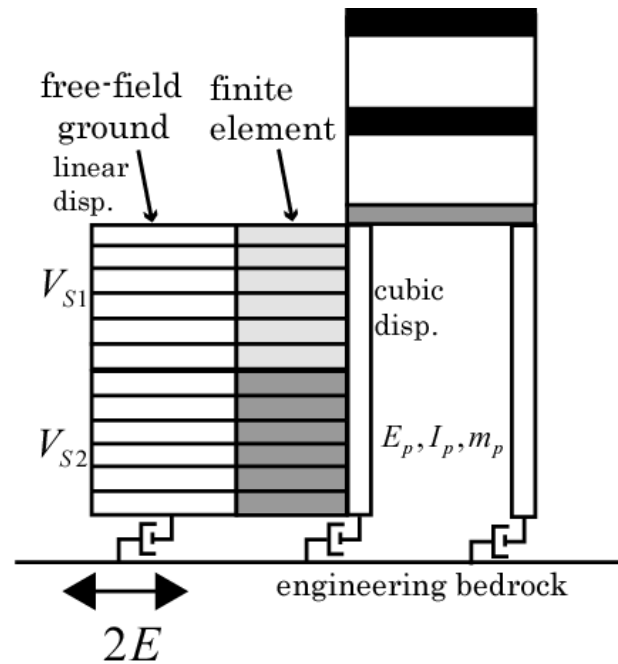


図 5.3 構造物 - 杭 - 地盤系に対する簡易有限要素モデル

5.2.2 杭 - 地盤系に対する応答スペクトル法

ここでは図 5.3 に示すような、自由地盤、相互作用ばねとしての Winkler 型ばね、および杭を有限要素化した一体モデル（有限要素モデル）を扱う。このモデルは、中村、竹脇、島野により提案されたモデルに（中村ら 1992, Nakamura et al 1996, Takewaki 1999）、工学的基盤下方への波動逸散効果と動的 Winkler 型ばねを導入したモデルであり（竹脇ら 2003）、粘性境界を有するため、自由地盤に対する応答スペクトル法と同様の応答スペクトル法を用いることができる。

自由地盤と杭の変位関数は、それぞれ 1 次関数、3 次関数とする。杭の減衰は考慮せず、自由地盤の減衰は剛性比例型として扱う。Winkler 型ばねの減衰係数は、cut-off frequency を考慮した減衰定数（振動数依存）において、構造物 - 杭系の 1 次固有振動数で評価したもの（振動数非依存）とする（Gazetas and Dobry 1984）。

尚、有限要素モデルにおいて自由地盤の支配面積は $1.0 \times 10^6 (\text{m}^2)$ とする。これは自由地盤の挙動が構造物 - 杭系に影響されないように、しかも数値的な不安定現象が発生しないことを意図して設定されている。

5.2.1 節と同様に、複素固有値解析に基づく応答スペクトル法を用いる。相互作用ばねに対する要素剛性マトリクスは次式のように表される。

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{Bmatrix} = k_{li} l_i \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & \frac{11l_i}{210} & -\frac{7}{20} & \frac{9}{70} & -\frac{13l_i}{420} & -\frac{3}{20} \\ & \frac{l_i^2}{105} & -\frac{l_i}{20} & \frac{13l_i}{420} & -\frac{l_i^2}{140} & -\frac{l_i}{30} \\ & & \frac{1}{3} & -\frac{3}{20} & \frac{l_i}{30} & \frac{1}{6} \\ & & & \frac{13}{35} & -\frac{11l_i}{210} & -\frac{7}{20} \\ & & & & \frac{l_i^2}{105} & \frac{l_i}{20} \\ & & & & & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{Pi} \\ \theta_{Pi} \\ u_{Si} \\ u_{P(i-1)} \\ \theta_{P(i-1)} \\ u_{S(i-1)} \end{Bmatrix} \quad (5.14)$$

sym.

ここで、 k_{li} は Winkler 型相互作用ばねの剛性である。杭頭における曲げモーメントの最大値とそれに対応する杭せん断力の最大値は次式で与えられる。

$$M_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\{ Z_s^{(i)} \rho_{ss}^{(ij)} Z_s^{(j)} + 2Z_s^{(i)} \rho_{sc}^{(ij)} Z_c^{(j)} + Z_c^{(i)} \rho_{cc}^{(ij)} Z_c^{(j)} \right\}} \quad (5.15a)$$

$$Q_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\{ Y_s^{(i)} \rho_{ss}^{(ij)} Y_s^{(j)} + 2Y_s^{(i)} \rho_{sc}^{(ij)} Y_c^{(j)} + Y_c^{(i)} \rho_{cc}^{(ij)} Y_c^{(j)} \right\}} \quad (5.15b)$$

ここで、

$$\begin{aligned} Z_s^{(i)} &= EI \times S_{Ds}^{(i)} \operatorname{Re}[\nu^{(i)} \kappa^{(i)}] \\ Z_c^{(i)} &= EI \times S_{Dc}^{(i)} \operatorname{Re}[\nu^{(i)} \kappa^{(i)}] \\ Y_s^{(i)} &= EI \times S_{Ds}^{(i)} \operatorname{Re}[\nu^{(i)} \zeta^{(i)}] \\ Y_c^{(i)} &= EI \times S_{Dc}^{(i)} \operatorname{Re}[\nu^{(i)} \zeta^{(i)}] \end{aligned} \quad (5.16a-d)$$

EI は杭の曲げ剛性であり、 $\kappa^{(i)}$ は i 次複素固有モードにおける杭頭の曲率である。 $\zeta^{(i)}$ は、 i 次複素固有モードにおける杭頭曲率の杭材軸方向座標に関する微分である。

5.2.3 比較検討地盤（A 地盤、B 地盤）のひずみレベル依存特性

ここでは、A 地盤（軟弱地盤: Ground A）、B 地盤（硬質地盤: Ground B）の 2 種類の表層地盤モデルに対する数値例を示す。両地盤モデルのせん断波速度の profile を図 5.4 に示す。地震動の入力レベルとしては、2000 年改正の建築基準法に基づく損傷限界レベルと安全限界レベルを採用する。ここでは地盤特性は等価線形解析により評価するものとし、地盤のひずみレベル依存性としては、図 5.1 で示される特性を採用する。地盤の等価線形解析の際には、線形変位関数に基づく 1 次元有限要素法と複素固有値解析を用いた応答スペクトル法 (Nakamura et al. 1996,

Takewaki et al. 1998, Yang et al. 1990) の両者を採用する。地盤の sub-layer の厚さは 1m とする。1 次元重複反射理論による方法では、2000 年改正の建築基準法に基づく損傷限界レベルと安全限界レベルの設計用応答スペクトルに適合する地震波を作成し、それを用いている。また、後者の応答スペクトル法では、減衰は粘性減衰を用いて近似し、減衰行列を作成する際には剛性比例型の減衰行列を用いている。底面では粘性境界を用い、減衰定数 5% 以外の応答倍率は文献（竹脇ら 2003）と同様とする。

得られた剛性を用いた表層地盤の 1 次固有周期は、A 地盤の損傷限界と安全限界でそれぞれ 1.0, 1.6(s)、B 地盤の損傷限界と安全限界でそれぞれ 0.6, 1.2(s) である。

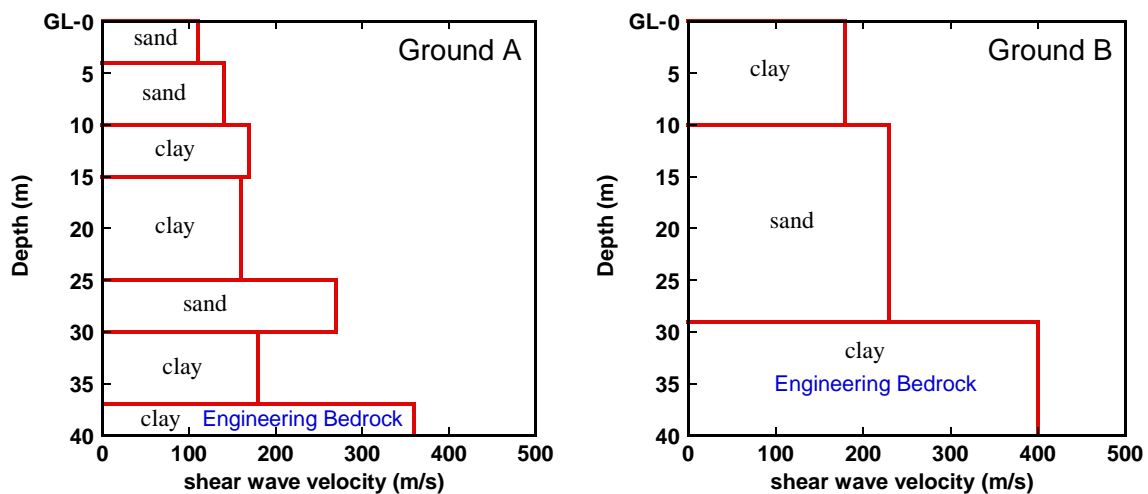


図 5.4 A 地盤（軟弱地盤）、B 地盤（硬質地盤）のせん断波速度分布

5.3 地盤定数の設定

図 5.4 に示されるような、せん断波速度の profile を有する 2 種類の地盤の各地盤定数を設定する。後の最適設計では、表層地盤各層の N 値、各粘性土層の一軸圧縮強さ、表層地盤の平均 N 値、支持地盤のヤング係数が必要になってくる。図には、各層の地盤種別とせん断波速度が示されている。まず、N 値から地盤のせん断波速度 V_s を推定する簡略式(5.3.1 節)より、表層地盤各層の N 値をせん断波速度から逆算する。表層地盤各層の N 値に各層の層厚を乗じたものを全層厚で除することによって、平均 N 値は求められる。後の最適設計では、この平均 N 値を用いて表層地盤のヤング係数を算定している(5.3.4 節)。粘性土層に関しては、N 値から一軸圧縮強さを求める(5.3.2 節)。支持地盤のヤング係数に関しては、地盤のせん断波速度と弾性体のヤング係数の関係式を用いて、支持地盤のせん断波速度から求められる弾性体のヤング係数(5.3.3 節)を 20% に低減したものを、支持地盤のヤング係数とする。

5.3.1 N 値から地盤のせん断波速度 V_s を推定する簡略式

道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編（社団法人日本道路協会 2002）より、N 値とせん断波速度 V_s の関係は、以下のとおりである。

$$\text{砂質土} \quad V_s = 80N^{1/3} \quad (5.17a)$$

$$\text{粘性土} \quad V_s = 100N^{1/3} \quad (5.17b)$$

上式を用いて、表層地盤各層のせん断波速度から N 値を逆算する。

5.3.2 N値と q_u （土の一軸圧縮強さ）の関係

Terzaghi-Peck は N 値と q_u の関係を次式のように表している（社団法人地盤工学会 1998）。

$$q_u = 1.25N \quad (\text{N/cm}^2) \quad (5.18)$$

上式を用いて、粘性土層の一軸圧縮強さを 5.3.1 で得られた N 値より求める。

5.3.3 地盤のせん断波速度 V_s と弾性体のヤング係数 E_{s0} の関係

$$\begin{aligned} G_{s0} &= \gamma V_s^2 / g \\ E_{s0} &= 2(1 + \nu_s) G_{s0} \end{aligned} \quad (5.19a,b)$$

ここに、

G_{s0} : せん断弾性係数

γ : 単位体積重量 (kN/m^3)

g : 重力加速度 (m/s^2)

ν_s : ポアソン比

E_{s0} は地盤がまだ弾性体として見なせるせん断ひずみ $\gamma = 10^{-4} \sim 10^{-3}\%$ という極めて微小なひずみ領域に対応するヤング係数である。

5.3.4 地盤ヤング係数と N 値の関係

地下水のないときにはおおむね次の関係が認められる（日本建築学会 2001）。

$$\text{過圧密された砂} \quad E_s = 2.8N \quad (\text{MN/m}^2) \quad (5.20a)$$

$$\text{正規圧密された砂} \quad E_s = 1.4N \quad (\text{MN/m}^2) \quad (5.20b)$$

なお、N 値と V_s との関係について従来の提案式 $V_s = 92.1N^{0.329}$ （今井・吉村(1972)の実験式）によって、N 値から推定した V_s を用いて、(5.19a,b)式によって求めた微小ひずみ時のヤング係数 E_{s0} に対する洪積砂質土の $E_s (= 2.8N)$ は、概略 20%に相当する。同様に、沖積砂質土の $E_s (= 1.4N)$ は、10～20%に相当する。後の最適設計で、表層地盤のヤング係数を、表層地盤の平均 N 値より

算定するには、以下の式を用いる。

$$E_s = 7N(\text{kgf/cm}^2) \square 0.7N(\text{MN/m}^2) \quad (5.21)$$

5.3.5 A地盤（軟弱地盤）の分布

図 5.4 の A 地盤（軟弱地盤）のせん断波速度分布より各層の N 値、粘性土の一軸圧縮強度、表層地盤の平均 N 値、および工学的基盤のヤング係数を求める。

(5.17a,b)式を用いてせん断波速度 V_s から N 値を導くと、図 5.5 のようになる。粘性土に関しては、得られた N 値を用いて、一軸圧縮強さ q_u (5.18)式より導く。表層地盤の平均 N 値は、以下の式で与えられる。

$$\bar{N} = \frac{\sum N_i \cdot H_i}{\sum H_i} \quad (5.22)$$

ここに、

N_i : 第 i 層の N 値

H_i : 第 i 層の層厚

式(5.22)を用いて計算すると、A 地盤の平均 N 値は、 $\bar{N}_A = 5$ となる。

工学的基盤のヤング係数は、沈下の計算をするために用いられる。通常の建物荷重により支持地盤に生じるひずみ $\gamma = 10^{-2} \sim 1\%$ に対応するヤング係数は、(5.19a,b)式より得られる微小ひずみ領域に対応するヤング係数に比べはるかに小さな値となることは図 5.1 より明らかである。したがって、沈下予測では支持地盤に発生するひずみの大きさによって、微小ひずみ領域に対応するヤング係数 E_{s0} を適切に低減する必要がある（日本建築学会 2001）。

ここでは、工学的基盤のヤング係数は、(5.19a,b)式より得られる E_{s0} を、20%に低減したものとする($E_s = 0.2E_{s0}$)。A 地盤の場合、 $1.27 \times 10^5 (\text{kN/m}^2)$ となる。

5.3.6 B地盤（硬質地盤）の分布

A 地盤と同様に、図 5.4 の B 地盤のせん断波速度分布より、各層の N 値、粘性土の一軸圧縮強度、表層地盤の平均 N 値、および工学的基盤のヤング係数を求める。

(5.17a,b)式を用いてせん断波速度 V_s から N 値を導くと、図 5.6 のようになる。粘性土に関しては、得られた N 値を用いて、一軸圧縮強さ q_u を(5.18)式より導く。B 地盤の平均 N 値は、式(5.22)より、 $\bar{N}_B = 11$ となる。工学的基盤のヤング率は、(5.19a,b)式より得られる E_{s0} を 20%に低減したものとし、 $1.61 \times 10^5 (\text{kN/m}^2)$ となる。

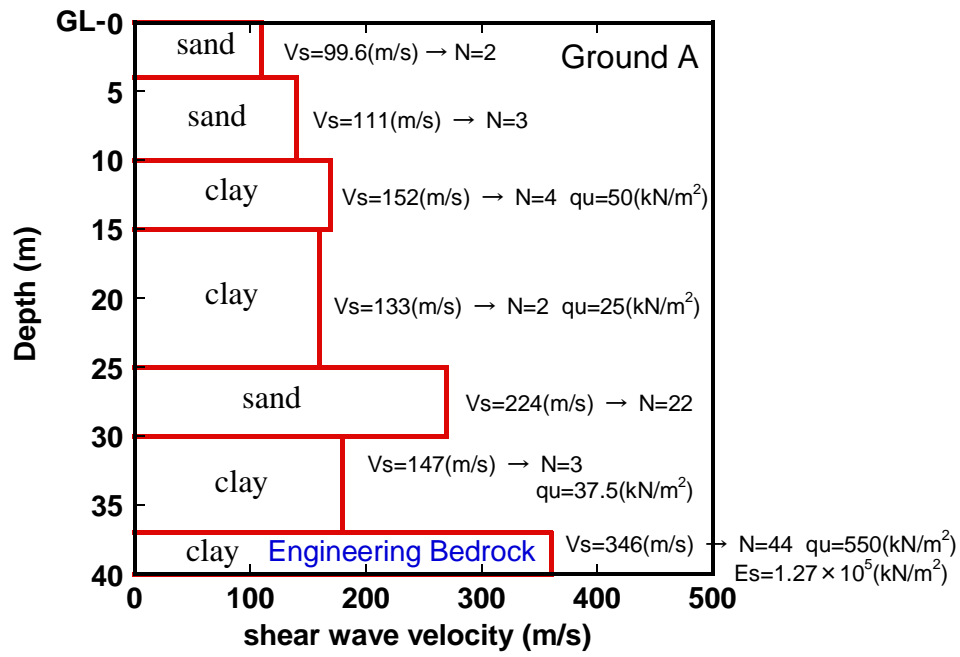


図 5.5 A 地盤（軟弱地盤）の N 値分布

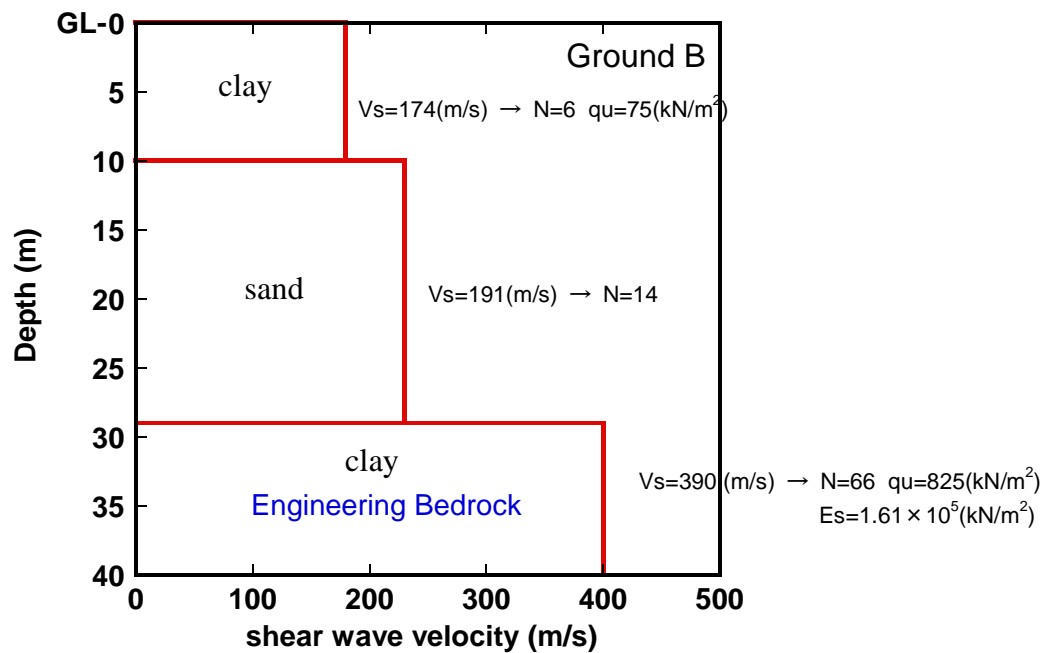


図 5.6 B 地盤（硬質地盤）の N 値分布

5.4 A,B 地盤に対する数値例

5.4.1 地盤強制変位による杭頭曲げモーメントと慣性力による杭頭曲げモーメント

図 5.7 の実線（印なし）は、杭径を 0.8(m)から 3.0(m)まで変化させたときの、単一点入力有限要素モデル（SIFEM モデル）に対する応答スペクトル法を用いた損傷限界レベルにおける杭頭の曲げモーメント最大値を表す（kinematic 効果）。このとき、上部床質量は零と仮定している。図 5.7 の破線（印あり）は、杭径を 0.8(m)から 3.0(m)まで変化させたときの、杭頭水平力 $100 \times n$ ($n=1,10$) (kN)に対する、弾性支承梁理論による杭頭固定の場合の杭頭曲げモーメントを表す（inertial 効果）。弾性支承梁理論に基づく Chang 式による杭頭固定の場合の杭頭曲げモーメントは、以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} M_0 &= \frac{H_s}{2\beta} \\ \beta &= \sqrt[4]{\frac{k_h B}{4EI}} \\ k_h &= 0.8E_0 \bar{B}^{-3/4} (\text{kgf/cm}^3) = 7840E_0 \bar{B}^{-3/4} (\text{kN/m}^3) \\ E_0 &= 7N (\text{kgf/cm}^2) \end{aligned} \tag{5.23a-d}$$

M_0 : 杭頭曲げモーメント (kN・m)

H_s : 杭頭水平荷重 (kN)

β : 杭体と地盤の剛性で決まる定数 (m^{-1})

E : 杭体の変形係数 (kN/m^2)

I : 杭体の断面二次モーメント (m^4)

k_h : 水平地盤反力係数

B : 杭径 (m)

\bar{B} : 無次元化杭径（杭径を cm で表した無次元数値）

E_0 : 表層地盤のヤング係数

N : 表層地盤の平均 N 値

ここで、各地盤の平均 N 値は、5.3.5, 5.3.6 節より A 地盤は 5, B 地盤は 11 を用いる。

B 地盤（硬質地盤）より A 地盤（軟弱地盤）の方が、kinematic 効果による杭頭曲げモーメントおよび inertial 効果による杭頭曲げモーメントの両方とも大きくなることが分かる。A 地盤では、杭径が 1.5m, 2m, 2.5m, 3m のときの kinematic 効果による杭頭曲げモーメントはそれぞれ、杭頭水平力が 100kN, 200kN, 400kN, 600kN のときの inertial 効果による杭頭曲げモーメントとほぼ等しくなる。また、B 地盤では、杭径が 2m, 2.5m, 3m のときの kinematic 効果による杭頭曲げモーメントはそれぞれ、杭頭水平力が 100kN, 200kN, 300kN のときの inertial 効果による杭頭曲げモーメントとほぼ等しくなる。

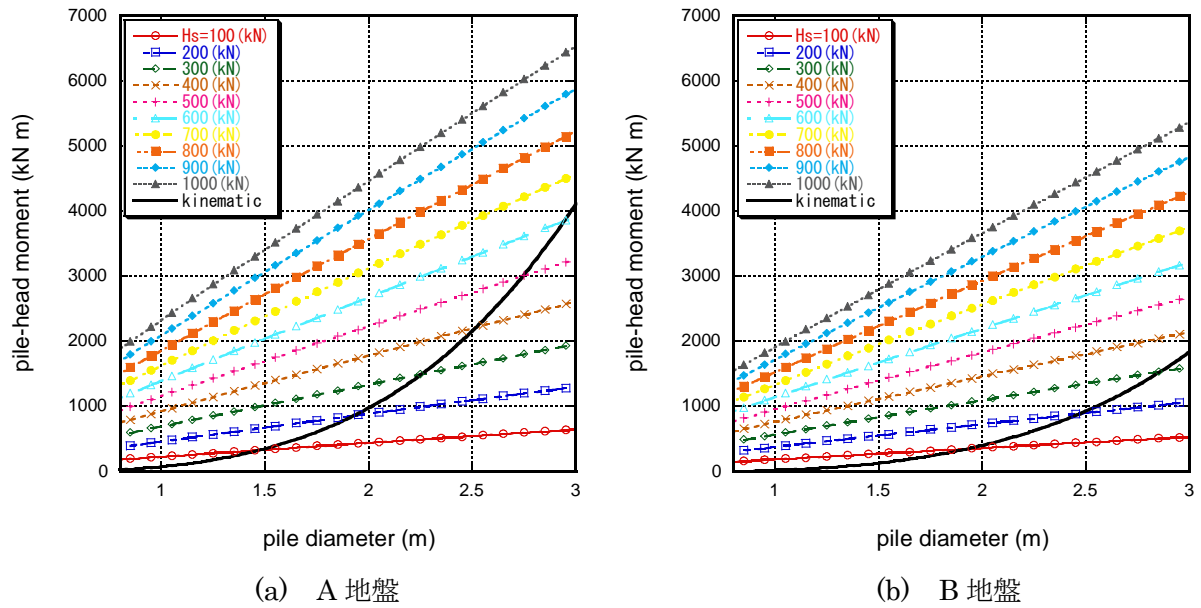


図 5.7 地盤強制変位による杭頭曲げモーメントと慣性力による杭頭曲げモーメント

5.4.2 応答スペクトル法による杭曲げモーメントと杭せん断力の最大値

(1) 工学的基盤面に入力される設計用地震動

ここでは、2000 年 6 月に改正された建築基準法において定義されている設計用地震動を扱う。基準法では、損傷限界レベルの地震動（減衰定数 0.05 に対する工学的基盤面における最大応答加速度 $1.6(\text{m/s}^2)$ ）に対して、弾性設計が必要とされており、安全限界レベルの地震動（減衰定数 0.05 に対する最大応答加速度 $8(\text{m/s}^2)$ ）に対して弾塑性設計が許容されている。損傷限界レベルにおける固有周期 T に関する設計用加速度応答スペクトル S_A (m/s^2 , 減衰定数 0.05 に対する)は次のように表される。

$$\begin{aligned} S_A &= 0.64 + 6.0T \quad (T < 0.16\text{s}) \\ S_A &= 1.6 \quad (0.16\text{s} < T < 0.64\text{s}) \\ S_A &= 1.024/T \quad (0.64\text{s} < T) \end{aligned} \quad (5.24\text{a-c})$$

(2) A,B 地盤に対する解析例

図 5.8(a),(b) は、A 地盤における様々な杭サイズ (1.0, 1.5, 2.0, 2.5m) に対する場合の例であり、kinematic 効果によって引き起こされる杭せん断力と杭曲げモーメントの最大値の分布を表している。杭頭における杭せん断力はほぼ零である。これは、kinematic 効果の解析において、inertial 効果を除去するために杭頭質量を零と仮定しているためである。図 5.8(c),(d) は、B 地盤における対応する分布を表す。kinematic 効果の解析において軟弱地盤 (A 地盤) ではより大きな杭せん断力と杭曲げモーメントが生じることが分かる。これは、表層地盤の変形が大きくなり、それによって大きな曲げモーメントやせん断力が杭に発生することに起因すると考えられる。

提案された応答スペクトル法を適用することにより、kinematic 効果による杭せん断力と曲げ

モーメントの最大値の分布が有効に得られることが示された。これまでは、kinematic 効果の解析において応答スペクトル法が展開されてきたが、提案された応答スペクトル法を kinematic 効果と inertial 効果の両方を含む全体モデルに適応することも可能である。図 5.8(e)は、全体モデルに対する応答スペクトル法によって評価された A 地盤（軟弱地盤）における杭せん断力と曲げモーメントの最大応答分布を表す。1.5m 径の杭で支持された 8m×8m の正方形プランの上部構造 10 層モデルを解析している。図 5.8(f)は、B 地盤における対応する図を表す。軟弱地盤（A 地盤）、硬質地盤（B 地盤）共に、inertial 効果は杭頭付近でのみ効いており、杭の中間部や下部では、kinematic 効果が支配的であることがわかる。kinematic 効果による杭頭曲げモーメントと inertial 効果による杭頭曲げモーメントの比は、地盤特性に影響され、A 地盤では両方の効果が同程度寄与しており、B 地盤では kinematic 効果による杭頭曲げモーメントに対する inertial 効果による杭頭曲げモーメントの割合は 1.5 倍程度になる。この割合は、表層地盤の 1 次固有周期と上部構造の 1 次固有周期の関係に依存するものと考えられる。

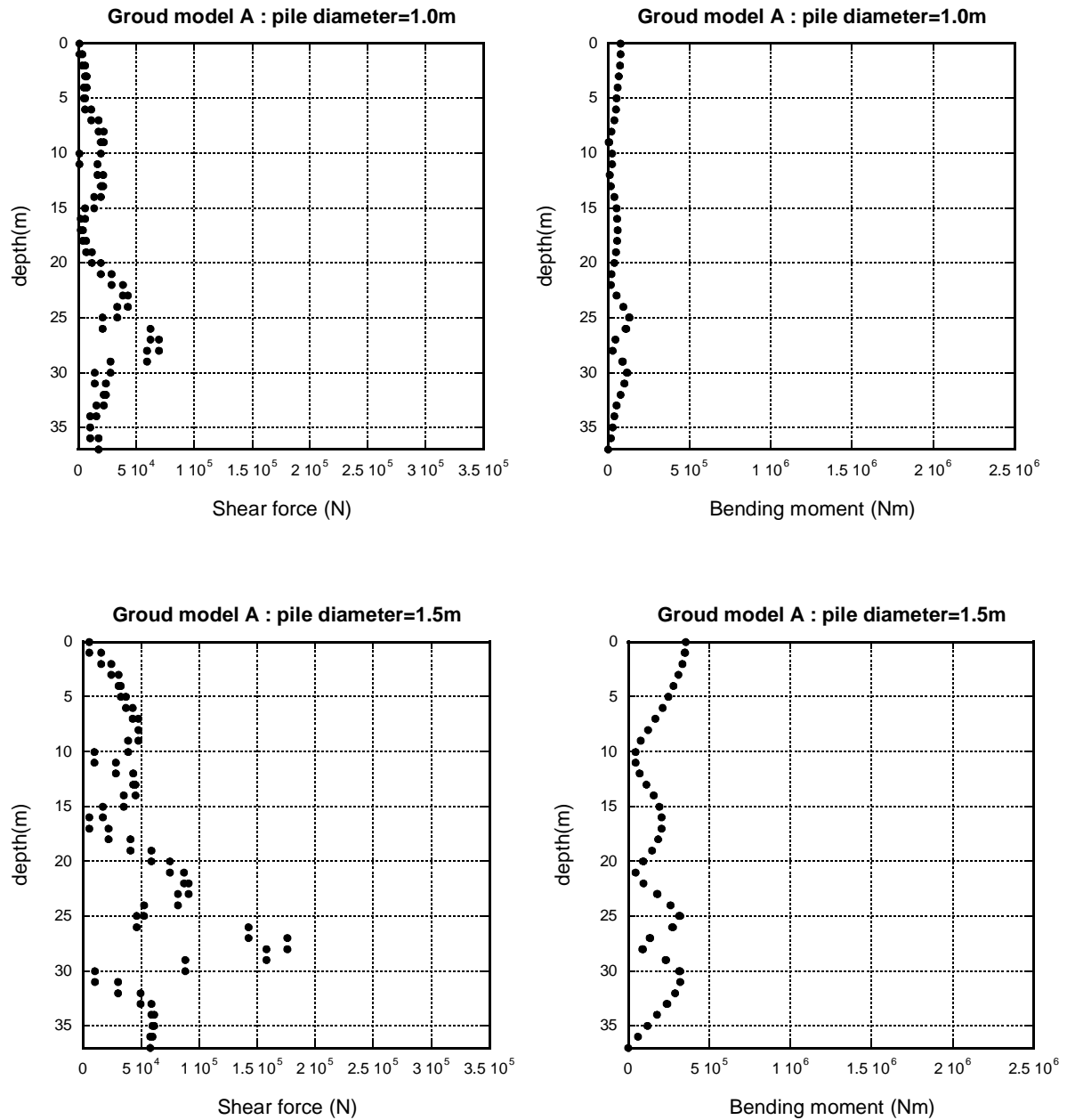


図 5.8(a) A 地盤における杭サイズ (1.0, 1.5m) に対する、kinematic interaction によって引き起こされる杭せん断力と杭曲げモーメントの分布

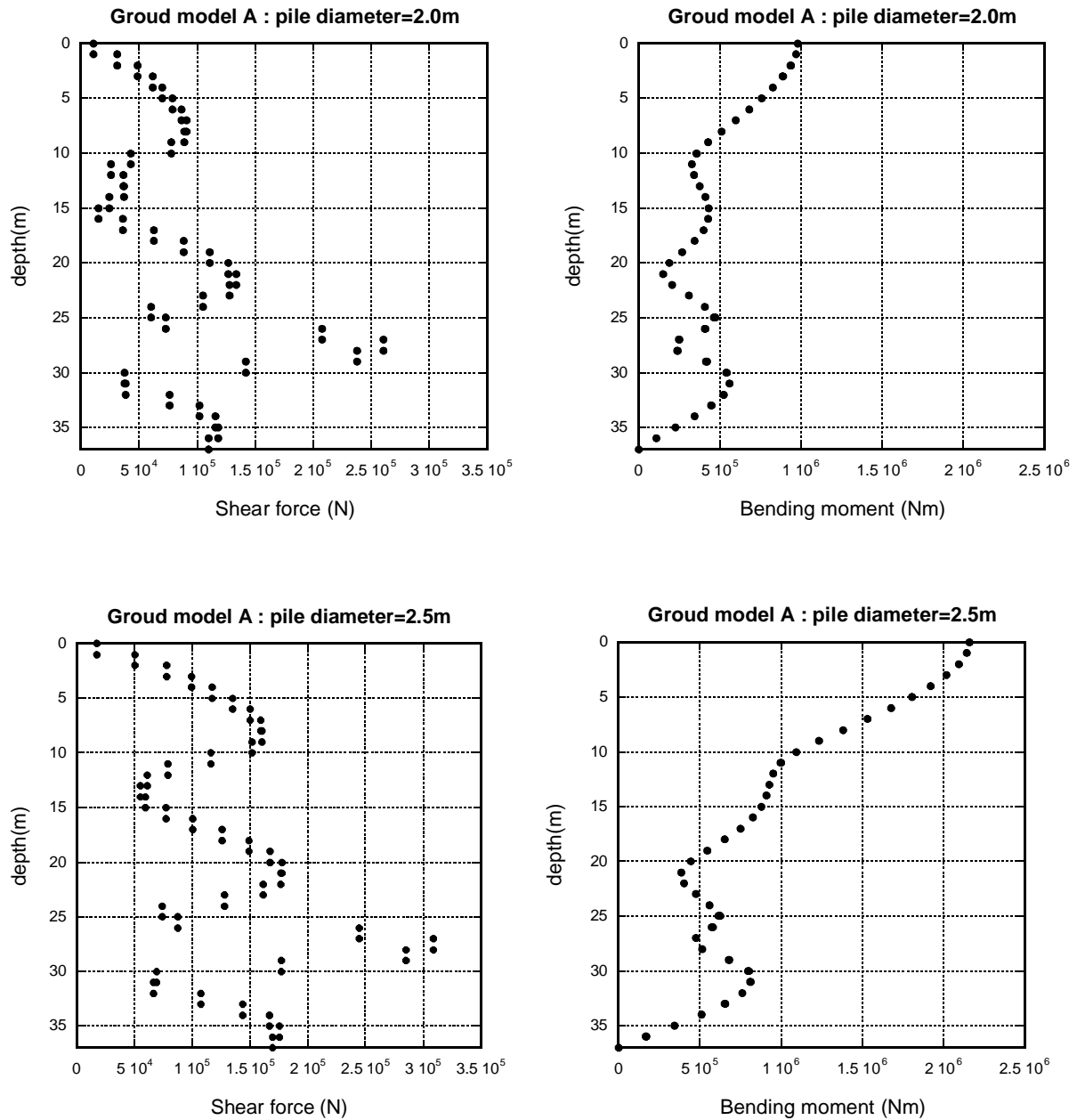


図 5.8(b) A 地盤における杭サイズ (2.0, 2.5m) に対する、kinematic interaction によって引き起こされる杭せん断力と杭曲げモーメントの分布

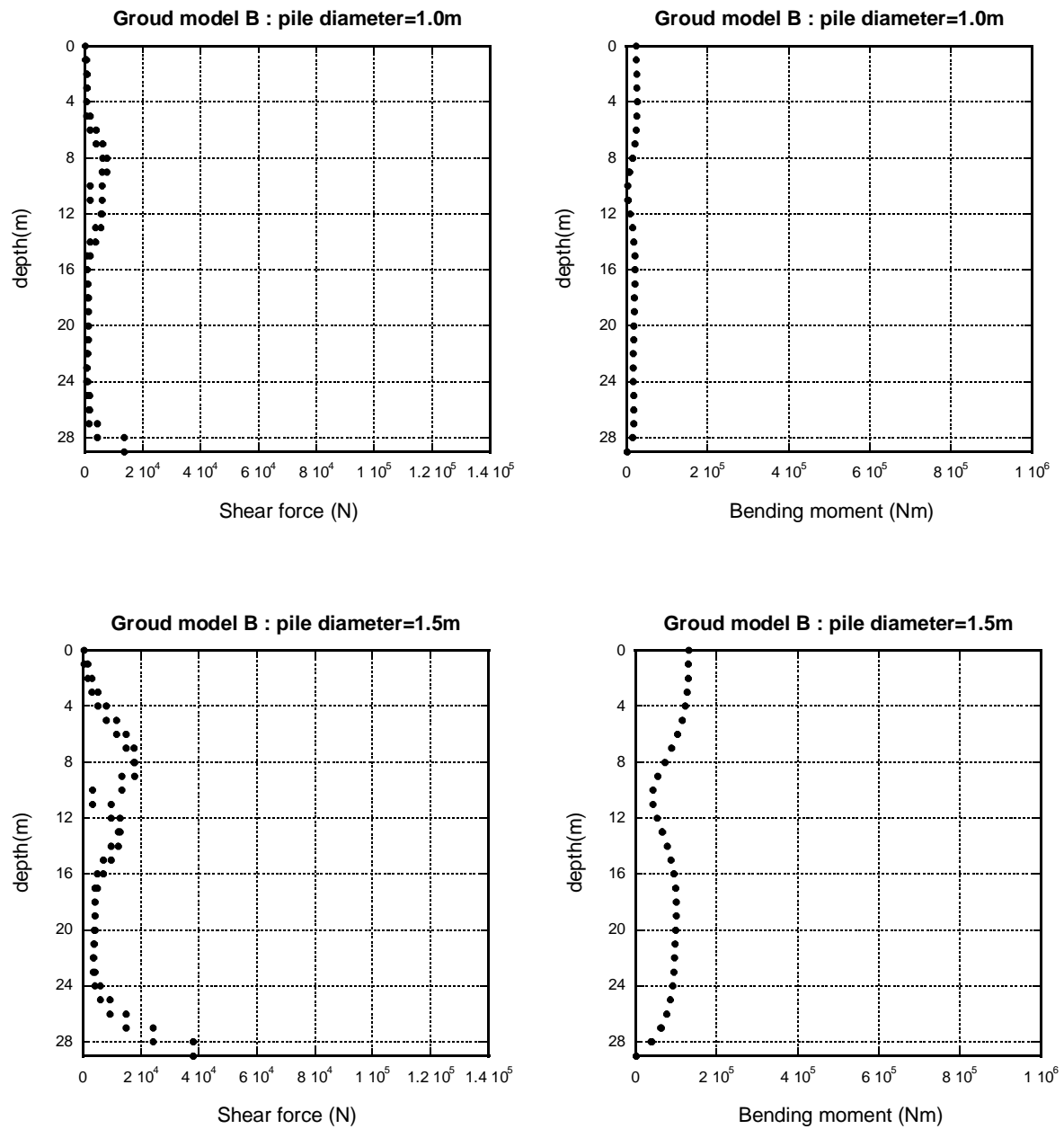


図 5.8(c) B 地盤における杭サイズ (1.0, 1.5m) に対する、kinematic interaction によって引き起こされる杭せん断力と杭曲げモーメントの分布

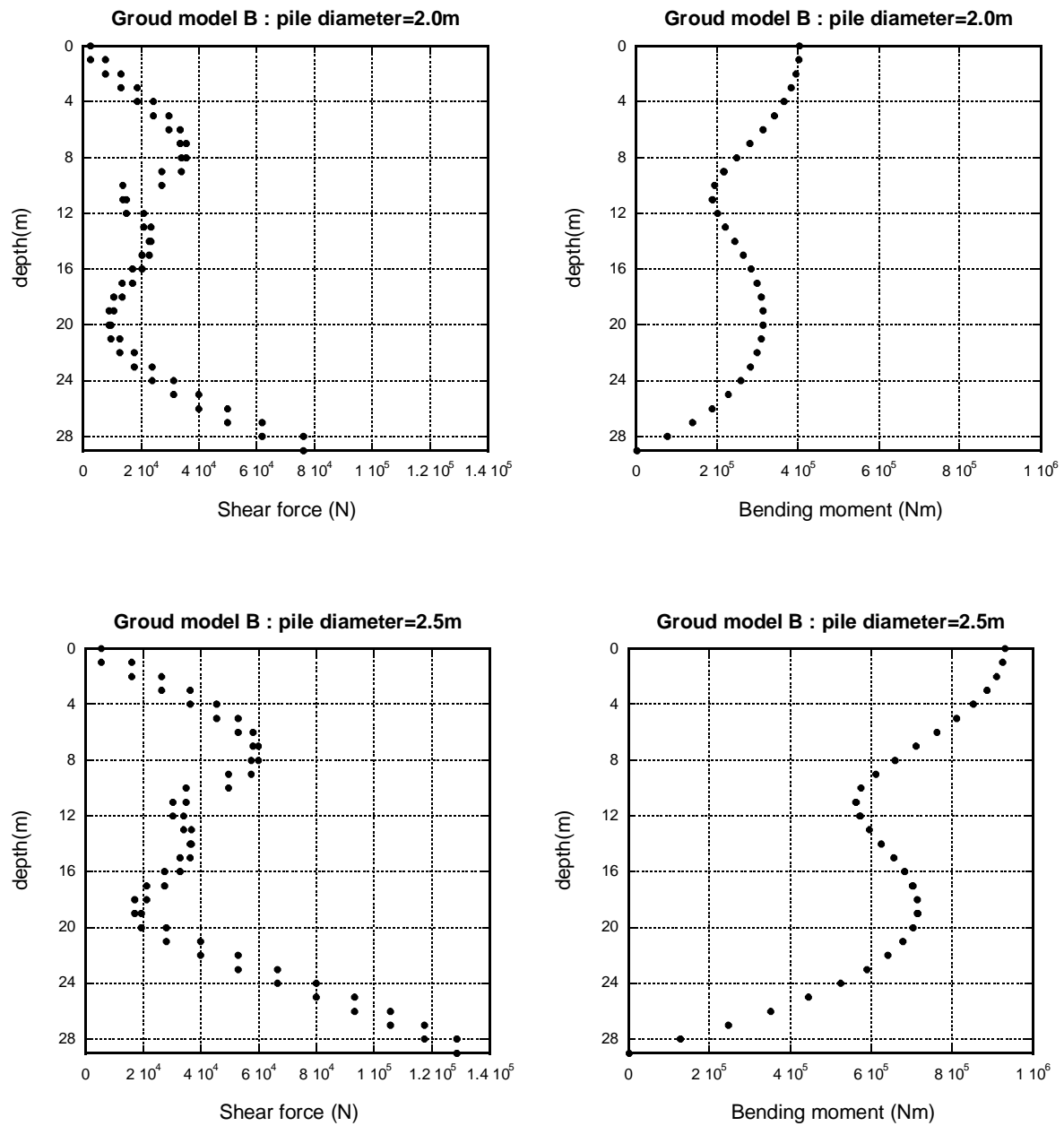


図 5.8(d) B 地盤における杭サイズ (2.0, 2.5m) に対する、kinematic interaction によって引き起こされる杭せん断力と杭曲げモーメントの分布

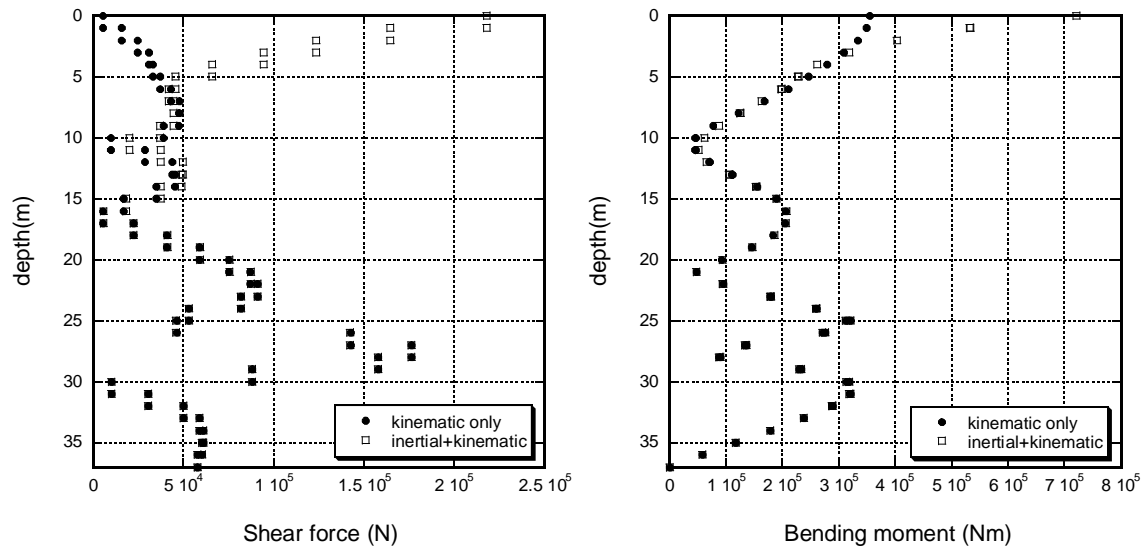


図 5.8(e) kinematic 効果と inertial 効果の両方を含む全体モデルに対する応答スペクトル法によって評価された A 地盤（軟弱地盤）中の杭径 1.5m の杭における杭せん断力と杭曲げモーメントの最大応答分布

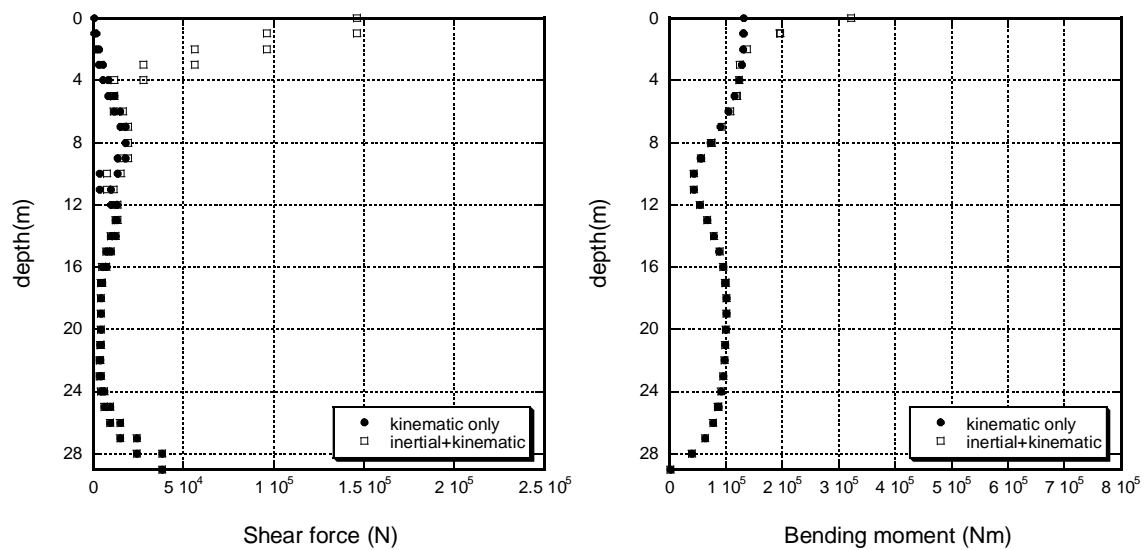


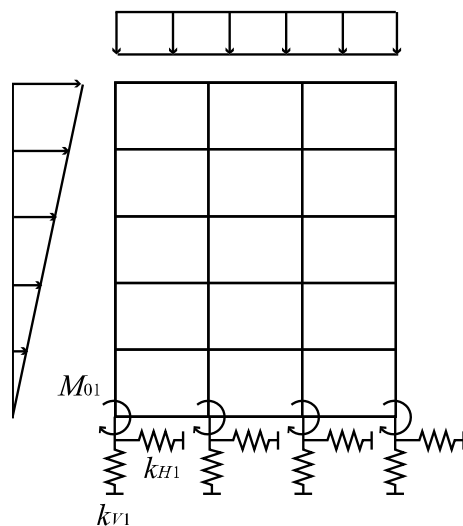
図 5.8(f) kinematic 効果と inertial 効果の両方を含む全体モデルに対する応答スペクトル法によって評価された B 地盤（硬質地盤）中の杭径 1.5m の杭における杭せん断力と杭曲げモーメントの最大応答分布

5.5 上部構造 - 杭基礎統合化設計法

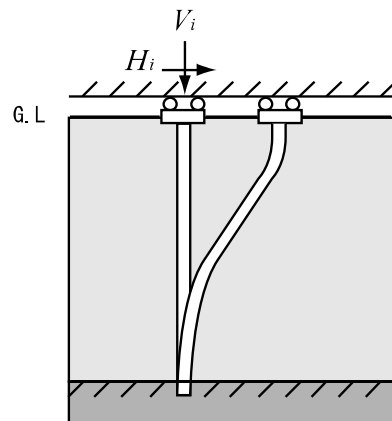
現状の実務設計においては通常、上部構造と杭基礎構造は分離して設計される。しかしながら実際は、上部構造と杭基礎構造の間には相互作用が存在するため、それらを考慮して設計することが要求される。この設計問題を解くための上部構造 - 杭基礎統合化設計法を提案する。具体的には、上部骨組モデルを杭置換ばねで支持されたモデル、杭を単独の杭頭固定モデルとする。上部構造と杭基礎の相互作用については次のように考える。

- (1) 杭基礎を鉛直ばねと水平ばねに置換し、上部架構をばね支承とする。鉛直ばね剛性は鉛直荷重及び杭頭の沈下量から算定し、水平ばね剛性は水平荷重及びChang式の水平変位から算定する。杭頭固定のChang式を用いるため回転剛性がない代わりに、杭頭曲げモーメントを反力として作用させる。ここで、地盤強制変位による運動学的効果を考慮するため、作用させる杭頭曲げモーメントは、慣性力による杭頭曲げモーメントに運動学的効果による杭頭曲げモーメントを加えたものである。慣性力による杭頭曲げモーメントは杭頭固定のChang式により評価する。また、運動学的効果による杭頭曲げモーメントは、5.2節の応答スペクトル法による地震時最大応答評価によるものとする。
- (2) 杭基礎には上部構造を支えるばねの反力を作用させる。更に、地盤強制変位による運動学的効果を考慮するため、慣性力による杭頭モーメントおよび杭頭せん断力に、運動学的効果による杭頭曲げモーメントおよび杭頭せん断力を付加する。

以上のようにして、上部構造の設計変数と杭基礎の設計変数をまとめて同時に最適化する問題を取り扱う。



上部構造 - 杭の置換ばねモデル



杭頭回転固定モデル

図 5.9 解析モデル

5.6 コスト最小化問題の設定

上部構造を鋼構造、杭基礎を場所打ちコンクリート杭とした場合、上部構造と杭基礎の設計変数を同時に最適化する問題は、以下のように書ける

$$\text{Find } A_i, B_j, p_{gj}, p_{wj}$$

A_i : 上部構造の部材断面積 (cm^2) ($i=1\cdots n$ n : 部材数)

B_j : 杭径 (m) ($j=1\cdots m$ m : 杭本数)

p_{gj} : 杭の主筋比

p_{wj} : 杭の帯筋比

to minimize

$$f = C_U + \sum_{j=1}^m C_{pj}$$

where

$$C_{pj} = \left\{ \alpha + \beta p_{gj} + \gamma (1 - p_{gj}) \right\} \frac{\pi}{4} B_j^2 L + (\beta - \gamma) \frac{\pi p_{wj}}{2} (B_j - 0.2) B_j L$$

C_U : 上部構造のコスト

C_{pj} : 各杭のコスト

α : 単位体積当たりの杭の施工コスト (万円/ m^3)

β : 鉄筋の単位体積当たりのコスト (万円/ m^3)

γ : コンクリートの単位体積当たりのコスト (万円/ m^3)

L : 杭長 (m)

尚、主筋のかぶり厚さを 0.1 m とする。

subject to

$$A_i^L \leq A_i \leq A_i^U \quad (\text{上部構造の部材断面積の上下限值})$$

$$B_j^L \leq B_j \leq B_j^U \quad (\text{杭径の上下限值})$$

$$p_{gj}^L \leq p_{gj} \leq p_{gj}^U \quad (\text{杭の主筋比の上下限值})$$

$$p_{wj}^L \leq p_{wj} \leq p_{wj}^U \quad (\text{杭の帯筋比の上下限值})$$

[1 次設計用長期荷重作用時制約条件]

$$\frac{\delta_b}{L_b} \leq \frac{1}{300} \quad (\text{上部構造の梁中央のたわみ制約})$$

$$\left| \frac{M}{Zf_{bl}} \right| + \left| \frac{N}{Af_{cl}} \right| \leq 1 \quad (\text{上部構造の応力制約})$$

$$V_L \leq \frac{F_c}{4.5} A_p \quad (\text{杭体の応力に関する制約})$$

$$V_L \leq R_a \quad (\text{地盤の鉛直支持力に関する制約})$$

$$S_E \leq 0.035(\text{m}) \quad (\text{杭の沈下量に関する制約})$$

$V_L < L$ の場合、

$$|V_L| \leq \frac{1}{3} R_{TV} \quad (\text{杭の引抜き抵抗に関する制約})$$

[1 次設計用短期荷重作用時制約条件]

$$\frac{\delta_c}{L_c} \leq R^U \quad (\text{上部構造の層間変形角制約})$$

$$R_s \geq 0.6 \quad (\text{剛性率が 0.6 以上})$$

$$\left| \frac{M}{Zf_{bs}} \right| + \left| \frac{N}{Af_{cs}} \right| \leq 1 \quad (\text{上部構造の応力制約})$$

$$V_s \leq R_y \quad (\text{地盤の鉛直支持力に関する制約})$$

$$H_s \leq \frac{1}{2} Q_u \quad (\text{杭周辺地盤の水平抵抗に関する制約})$$

$$V_s \leq N_a \quad (\text{杭体の応力（圧縮）に関する制約})$$

$$M_0 \leq M_a = N_a e \quad (\text{杭体の応力（曲げ）に関する制約})$$

$$H_s \leq Q_a \quad (\text{杭体の応力（せん断）に関する制約})$$

$V_s < 0$ の場合、

$$|V_s| \leq R_{TV} \quad (\text{杭の引抜き抵抗に関する制約})$$

[2 次設計用荷重作用時制約条件]

$$V_2 \leq R_u \quad (\text{地盤の鉛直支持力に関する制約})$$

$$H_2 \leq Q_u \quad (\text{杭周辺地盤の水平抵抗に関する制約})$$

$V_2 < 0$ の場合、

$$|V_2| \leq R_{TV} \quad (\text{杭の引抜き抵抗に関する制約})$$

制約条件中の記号については、5.6.1, 5.6.2 節を参照。

ここでは、上部構造については 2 次設計の制約条件を考慮していないため、今後の課題である。
 なお、上部構造のコストは、材料費から施工費まで含め、鋼材 1ton あたり 17 万円として計算する。杭のコスト係数は $\alpha = 3$ 、 $\beta = 75$ (1ton あたり 9.6 万円)、 $\gamma = 2$ とする。各杭のコスト関数の第 1 項は、杭の体積 $\pi B^2 L / 4$ に各係数を乗じてあり、 α を乗じた項は施工コスト βp_g を乗じた項は主筋の鉄筋コスト、 $\gamma(1 - p_g)$ を乗じた項は主筋の体積を引いた分のコンクリートコストを表す。第 2 項の $\pi p_w (B - 0.2) BL / 2$ は帯筋の体積を表すので $(\beta - \gamma)$ を乗じることによって帯筋の鉄筋コストを加え、帯筋の体積分のコンクリートコストを減じることになる。本論文で用いる施工コストは、実務設計で用いられている算出例に基づいている。

5.6.1 杭の制約条件

杭の制約条件は、主として日本建築学会の建築基礎構造設計指針（日本建築学会 2001）（以下、基礎指針）に基づいており、許容鉛直支持力に関しては、特定行政庁（東京都）の指導値も考慮した。杭頭に作用する荷重（鉛直荷重 V 、水平荷重 H ）を以下のように表記する。

- ・ 1 次設計用長期荷重 V_L
- ・ 1 次設計用短期荷重 $V_s \quad H_s$
- ・ 2 次設計用荷重 $V_2 \quad H_2$

尚、 H_s, H_2 は上部構造からの慣性力によるものと、運動学的効果によるものを足し合わせたものである。

1 次設計用長期荷重作用時

① 杭体の応力に関する制約条件

本問題では、長期荷重作用時は、杭には圧縮軸力のみ作用すると考える。よってコンクリートの圧縮応力度が使用限界状態の設計用限界圧縮強度 $F_c / 4.5$ に達しないことを確認する。普通、コンクリートの長期許容圧縮応力度は $F_c / 3$ であるが、ここではクリープ変形に対して十分余裕のある強度で、また、水又は泥水がある状態で打設する場合を考慮している。

$$V_L \leq \frac{F_c}{4.5} A_p \quad (5.25)$$

V_L : 長期荷重作用時の鉛直荷重 (kN)

F_c : コンクリートの設計基準強度 (2.06×10^4 kN/m²)

A_p : 杭の実断面積 (m²)

軸力に対する許容値として、コンクリートの許容圧縮応力度に杭の実断面積を乗じているが、これは鉄筋を考慮しない方が安全側になるためである。

② 地盤の鉛直支持力に関する制約

実務設計において、長期の杭先端地盤支持力度の許容値を $250(\text{t}/\text{m}^2)$ で頭打ちさせることを考慮する。これは、特定行政庁（東京都）の指示値である。この場合、杭の周面摩擦は考えない。また、建設省告示第 1623 号による長期許容鉛直支持力の算定式を用いる。

$$\begin{aligned}
 V_L &\leq R_a \\
 R_a &= \min \{ R_{a1}, R_{a2} \} \\
 R_{a1} &= 2450(\text{kN}/\text{m}^2) \times A_p \\
 R_{a2} &= \left(q_p A_p + \frac{1}{3} R_F \right) \times 9.8 \\
 q_p &= \frac{15}{3} \bar{N} \\
 R_F &= \left(\frac{1}{5} \bar{N}_s L_s + \frac{1}{2} \bar{q}_u L_c \right) \psi
 \end{aligned} \tag{5.26a-f}$$

R_a : 地盤の長期鉛直支持力 (kN)

A_p : 杭の先端の有効断面積 (m^2)

q_p : 杭の先端の地盤の許容応力度 (t/m^2)

\bar{N} : 杭先端から上へ B (B : 杭径) 下へ B の範囲内における地盤の平均 N 値

\bar{N}_s : 杭の周囲の地盤のうち砂質土地盤の平均 N 値

L_s : 杭がその周囲の地盤のうち砂質土地盤に接する長さの合計 (m)

\bar{q}_u : 杭の周囲の地盤のうち粘性土地盤の一軸圧縮強度の平均値 (t/m^2)

L_c : 杭がその周囲の地盤のうち粘性土地盤に接する長さの合計 (m)

ψ : 杭の周長 (m)

③ 杭の沈下量に関する制約

杭の沈下の算定は、基礎指針(5.3.1)式を用いる。これは、地盤を一様な半無限弾性体と仮定したとき、その表面に作用する荷重点の沈下量を求める式であり、弾性理論の地中応力から、Hooke の法則によって鉛直ひずみを求め、それを深さ方向に積分することで得られる。

$$\begin{aligned}
 S_E &\leq 0.035(\text{m}) \\
 S_E &= I_s \frac{1-\nu_s^2}{E_s} qB
 \end{aligned} \tag{5.27a,b}$$

S_E : 即時沈下量 (m)

I_s : 基礎底面の形状と剛性によって決まる係数

円形で剛性を無限大とした場合は 0.79

B : 基礎の短辺長さ (円形の場合は直径) (m)

q : 基礎に作用する荷重度 (kN/m^2)

E_s : 支持地盤のヤング率 (kN/m^2)

ν_s : 支持地盤のポアソン比

なお、荷重度 q は、 V_L/A_p とする。(5.27b)式は、一様な水平地盤上の直接基礎の即時沈下を求める式であり、本来、杭の沈下量は、荷重伝達法などを用いて精度よく計算されるべきであるが、ここでは、杭の周面摩擦による影響を無視し、沈下量の上限值を与えるという意味で、簡易な(5.27b)式を用いることとした。

④ 杭の引抜き抵抗に関する制約

杭が引抜き力を受ける場合は、以下の制約を考慮する。

$V_L < 0$ の場合、

$$|V_L| \leq \frac{1}{3} R_{TU} \quad (5.28a,b)$$
$$R_{TU} = \left(\sum \tau_{sti} L_{si} + \sum \tau_{cti} L_{ci} \right) \psi + W$$

R_{TU} : 最大引抜き抵抗力 (kN)

τ_{sti} : 砂質土の i 層における杭引抜き時の最大周面摩擦力度で、
押し込み時の極限周面摩擦力度の $2/3$ とする (kN/m^2)

τ_{cti} : 粘性土の i 層における杭引抜き時の最大周面摩擦力度で、
押し込み時の極限周面摩擦力度と同一とする (kN/m^2)

L_{si} : 砂質土の i 層における杭の長さ (m)

L_{ci} : 粘性土の i 層における杭の長さ (m)

W : 杭の自重で、地下水位以下の部分については浮力を考慮する (kN)

1 次設計用短期荷重作用時

⑤ 地盤の鉛直支持力に関する制約

実務設計において、短期の杭先端地盤支持力度の許容値を $500(\text{t/m}^2)$ で頭打ちさせることを考慮する。損傷限界支持力 R_{y2} は極限支持力 R_u の $2/3$ であり、基礎指針(6.3.1)式を用いる。

$$\begin{aligned}
V_s &\leq R_y \\
R_y &= \min \{ R_{y1}, R_{y2} \} \\
R_{y1} &= 4900(kN/m^2) \times A_p \\
R_{y2} &= \frac{2}{3} R_u
\end{aligned} \tag{5.29a-d}$$

V_s : 短期荷重作用時の鉛直荷重 (kN)

R_y : 地盤の短期鉛直支持力 (kN)

R_{y2} : 損傷限界支持力 (kN)

R_u : 終局限界支持力 (kN)

R_u は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
R_u &= R_p + R_f \\
R_p &= 100\bar{N} \times A_p \\
R_f &= (\tau_s L_s + \tau_c L_c) \psi
\end{aligned} \tag{5.30a-c}$$

R_p : 極限先端支持力 (kN)

R_f : 極限周面摩擦支持力 (kN)

τ_s : 砂質土の極限周面摩擦力度 (kN/m²)

τ_c : 粘性土の極限周面摩擦力度 (kN/m²)

⑥ 杭周辺地盤の水平抵抗に関する制約

水平荷重を受ける杭の損傷限界状態における周辺地盤の設計用限界値が、最大水平抵抗力の 1/2 であるという条件。極限水平抵抗力 Q_u は、Broms の算定式を用いる。基礎指針、表 6.6.2 参照。

$$H_s \leq \frac{1}{2} Q_u \tag{5.31}$$

H_s : 短期荷重作用時の水平荷重 (kN)

Q_u : 極限水平抵抗力 (kN)

以下に Broms の算定式を示す。Broms の方法は杭 - 地盤系の破壊形態を仮定し、極限状態における力のつり合いから杭の極限水平抵抗力を求める方法である。粘性土地盤で杭頭固定のときは、短い杭の場合、

$$Q_u = 9c_u B^2 \left(\frac{L}{B} - 1.5 \right) \tag{5.32a}$$

中間長さの杭の場合、

$$\left(\frac{Q_u}{c_u B^2}\right)^2 + \left(18\frac{L}{B} + 27\right)\left(\frac{Q_u}{c_u B^2}\right) - 81\left(\frac{L}{B} - 1.5\right)^2 = 36\left(\frac{M_y}{c_u B^3}\right) \quad (5.32b)$$

長い杭の場合、

$$\left(\frac{Q_u}{c_u B^2}\right)^2 + 27\left(\frac{Q_u}{c_u B^2}\right) = 36\left(\frac{M_y}{c_u B^3}\right) \quad (5.32c)$$

B : 杭径 (m)

L : 杭長 (m)

c_u : 非排水せん断強度 (kN/m²)

M_y : 杭体の降伏モーメント (kN・m)

また、砂質土地盤で杭頭固定のときは、短い杭の場合、

$$Q_u = \frac{3}{2}K_p\gamma B l^2 \quad (5.33a)$$

中間長さの杭の場合、

$$\frac{Q_u}{K_p\gamma B^3}\left(\frac{l}{B}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{l}{B}\right)^3 = \frac{M_y}{K_p\gamma B^4} \quad (5.33b)$$

長い杭の場合、

$$\frac{Q_u}{K_p\gamma B^3} = 2.38\left(\frac{M_y}{K_p\gamma B^4}\right)^{2/3} \quad (5.33c)$$

K_p : 受動土圧係数

γ : 土の単位体積重量 (kN/m³)

l : 杭の根入れ長 (m)

⑦ 杭体の応力（圧縮・曲げ）に関する制約

許容軸方向力の評価は、文献（日本建築学会 1982）(p161-171)の円形断面柱に対する評価式を用いる。杭頭モーメント M_0 は、慣性力によるものと運動学的効果によるものとを足し合わせたものである。慣性力による杭頭モーメント M_{0i} の算定は、Chang 式を用いる。

$$V_s \leq N_a$$

$$M_0 \leq M_a = N_a e \quad \left(e = \frac{M_0}{V_s}\right) \quad (5.34a-c)$$

$$M_0 = M_{0i} + M_{0k}$$

N_a : 短期許容軸力 (kN)

M_{0i} : 短期荷重作用時の上部構造からの慣性力による杭頭モーメント (kN・m)

M_{0k} : 損傷限界時の運動学的効果による杭頭モーメント (kN・m)

M_a : 短期許容曲げモーメント (kN・m)

杭頭固定の場合、 M_{0i} は以下の式で与えられる。

$$M_{0i} = \frac{H_{si}}{2\beta}$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_h B}{4EI}} \quad (5.35a-d)$$

$$k_h = 0.8E_0 \bar{B}^{-3/4} (\text{kgf/cm}^3) = 7840E_0 \bar{B}^{-3/4} (\text{kN/m}^3)$$

$$E_0 = 7N (\text{kgf/cm}^2)$$

H_{si} : 短期荷重作用時の上部構造からの慣性力による杭頭水平荷重 (kN)

β : 杭体と地盤の剛性で決まる定数 (m^{-1})

E : 杭体の変形係数 (kN/m^2)

I : 杭体の断面二次モーメント (m^4)

k_h : 水平地盤反力係数

\bar{B} : 無次元化杭径 (杭径を cm で表した無次元数値)

許容軸方向力 N_a は次式で与えられる。

$$N_a = \min \{N_1, N_2, N_3\}$$

$$N_1 = \frac{S_n}{x_n} f_c$$

$$N_2 = \frac{S_n}{n(x_n - d_c)} f_c$$

$$N_3 = \frac{S_n}{n(B - d_t - x_n)} f_t \quad (5.36a-d)$$

ただし、 x_n は次式の根とする。

$$x_n - \frac{B}{2} + e = \frac{I_n}{S_n} \quad (5.37)$$

S_n : 中立軸に関する有効等価断面の 1 次モーメント (m^2)

I_n : 中立軸に関する有効等価断面の 2 次モーメント (m^4)

x_n : 曲げ材の圧縮縁から中立軸までの距離 (m)

f_c : コンクリートの許容圧縮応力度 (kN/m^2)

$r f_c$: 鉄筋の許容圧縮応力度 (kN/m^2)

f_t : 鉄筋の許容引張応力度 (kN/m^2)

d_c : 曲げ材の圧縮縁から圧縮鉄筋重心までの距離 (m)

d_t : 曲げ材の引張縁から引張鉄筋重心までの距離 (m)

n : コンクリートに対する鉄筋のヤング係数比

とくに断面内に引張応力を生じない場合 ($e \leq \frac{I_g}{A_e(B-g)} + \frac{B}{2} - g$) は、その許容圧縮力 N_a は、以下の式で与えられる。

$$N_a = \min \{N_1, N_2\}$$

$$N_1 = \frac{f_c}{\frac{1}{A_e} + \frac{g+e-\frac{B}{2}}{I_g} g} \quad (5.38a-c)$$

$$N_2 = \frac{r f_c}{n \left\{ \frac{1}{A_e} + \frac{g+e-\frac{B}{2}}{I_g} (g-d_c) \right\}}$$

A_e : 等価断面積 (m^2)

I_g : 等価断面の重心に関する 2 次モーメント (m^4)

g : 等価断面の重心と断面の最大圧縮応力度をうける縁との距離 (m)

d_c : 曲げ材の圧縮縁から圧縮鉄筋重心までの距離 (m)

ただし、等価断面とは鉄筋断面積をヤング係数比倍して算定した断面をいい、有効断面とは引張側のコンクリート断面を無視した等価断面をいう A_e, g, I_g, S_n, I_n は、次の各項による。

$$\begin{aligned}
A_e &= (1 + nP_g) \pi r^2 \\
g &= r \\
I_g &= \frac{1}{4} \left\{ 1 + 2np_g \left(\frac{r'}{r} \right)^2 \right\} \pi r^4 \\
S_n &= r^3 \left\{ \frac{\sin \theta}{3} (2 + \cos^2 \theta) - \theta \cos \theta \right\} - np_g \pi r^3 \cos \theta \\
I_n &= r^4 \left\{ \theta \left(\frac{1}{4} + \cos^2 \theta \right) - \sin \theta \cos \theta \left(\frac{13}{12} + \frac{1}{6} \cos^2 \theta \right) \right\} \\
&\quad + n\pi r^4 p_g \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{r'}{r} \right)^2 + \cos^2 \theta \right\}
\end{aligned} \tag{5.39a-e}$$

r : コンクリート断面の半径 (m)

r' : 主筋群の半径 (m)

$$\begin{aligned}
B &= 2r \\
x_n &= r(1 - \cos \theta)
\end{aligned} \tag{5.40a,b}$$

p_g = 主筋の全断面積/コンクリートの全断面積

なお、許容応力度は短期許容応力度であり、以下の値を用いる。

$$\begin{aligned}
f_c &= \frac{F_c}{2} \\
{}_r f_c &= F \\
f_t &= F
\end{aligned} \tag{5.41a-c}$$

F : 鉄筋の許容応力度の基準強度 ($2.94 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$)

⑧ 杭体の応力 (せん断) に関する制約

許容せん断力の評価は、文献 (日本建築学会 1982) (p195-196) の柱に対する評価式を用いる。

$$H_s \leq Q_a \tag{5.42}$$

Q_a : 短期許容せん断力 (kN)

許容せん断力 Q_a は次式で与えられる。

$$Q_a = bj \{ f_s + 0.5 {}_w f_t (p'_w - 0.002) \} \tag{5.43}$$

p'_w の値が 1.2% をこえる場合は、1.2% として許容せん断力を計算する。

b : 断面積が等しい正方形の 1 辺 ($b = \sqrt{\frac{\pi}{4} B^2}$) (m)

j : 杭の応力中心距離で $(7/8)d$ とすることができる (m)

d : 杭の有効せい (圧縮縁から引張鉄筋重心までの距離) (m)

p'_w : 帯筋比

$$p'_w = a_w / bx$$

a_w : 1 組の帯筋の断面積 (m²)

x : 帯筋間隔 (m)

f_s : コンクリートの許容せん断応力度 (kN/m²)

$_w f_t$: 帯筋のせん断補強用許容引張応力度 (kN/m²)

なお、許容応力度は短期許容応力度であり、以下の値を用いる。

$$\begin{aligned} f_s &= \frac{3}{80} F_c \\ {}_w f_t &= F \end{aligned} \quad (5.44a,b)$$

⑨ 杭の引抜き抵抗に関する制約

$V_s < 0$ の場合、

$$\begin{aligned} |V_s| &\leq R_{TY} \\ R_{TY} &= (2/3) \left(\sum \tau_{sti} L_{si} + \sum \tau_{cti} L_{ci} \right) \psi + W \end{aligned} \quad (5.45a,b)$$

R_{TY} : 降伏引抜き抵抗 (kN)

2 次設計用荷重作用時

⑩ 地盤の鉛直支持力に関する制約

終局限界状態における鉛直荷重を受ける杭の、地盤から定まる限界鉛直支持力に関する制約。2 次設計用荷重作用時の鉛直荷重が、終局限界支持力 R_u 以下であるという条件。

$$V_2 \leq R_u \quad (5.46)$$

V_2 : 2 次設計用荷重作用時の鉛直荷重 (kN)

R_u : 終局限界支持力 (kN)

⑪ 杭周辺地盤の水平抵抗に関する制約

終局限界状態における水平力を受ける杭の、地盤の設計用限界値に関する制約。2 次設計用荷

重作用時の水平荷重が、極限水平抵抗 Q_u 以下であるという条件。

$$H_2 \leq Q_u \quad (5.47)$$

H_2 : 2 次設計用荷重作用時の水平荷重 (kN)

⑫ 杭の引抜き抵抗に関する制約

$V_2 < 0$ の場合、

$$\begin{aligned} |V_2| &\leq R_{TR} \\ R_{TR} &= (1/1.2) \left(\sum \tau_{sti} L_{si} + \sum \tau_{cti} L_{ci} \right) \psi + W \end{aligned} \quad (5.48a,b)$$

R_{TR} : 残留引抜き抵抗 (kN)

5.6.2 上部構造の制約条件

上部構造に関する制約を以下に示す。長期荷重作用時の梁中央のたわみの制約、短期荷重作用時の層間変形角制約、剛性率の制約、および、長期、短期荷重作用時の許容応力度の制約を制約条件として与える。ここでは保有水平耐力の計算は行っておらず、今後の課題である。単位は tonf, cm で表される。

① 層間変形角制約

令第 82 条の 2 では、高さ 60m 以下でルート 1 (木造建築物等) 以外の方法で設計する場合は、層間変位角が 1/200 以内であることを確かめるように規定している。なお、1/200 の制限値は、ALC 板などの外装材を建物の変形に追従できるように取り付ければ、1/120 まで緩和することができる。本例題では、この制限値を 1/175 としている。

$$\frac{\delta_c}{L_c} \leq R^U \quad (5.49)$$

δ_c : 柱の層間相対変位 (cm)

L_c : 柱の部材長さ (cm)

R^U : 層間変形角の制限値

② 剛性率の制約

令第 82 条の 3 では、高さ 31m 以下でルート 1 (木造建築物等) 以外の方法で設計する場合は、地上部分の各階について剛性率が 6/10 以上であることを確かめるように規定している。

$$\begin{aligned} R_s &\geq 0.6 \\ R_s &= \frac{\gamma_s}{\bar{\gamma}_s} \end{aligned} \quad (5.50a,b)$$

ここに、 γ_s : 当該層間変形角の逆数 ($\gamma_s = h/\delta$)

$\bar{\gamma}_s$: 各階 γ_s の平均値 ($= \sum \gamma_s / N$)

③ 梁中央のたわみの制約

鋼構造では、鋼材の強度が大きいために、部材断面の寸法が比較的小さくてすむ。しかし強度上十分であっても断面寸法が小さいために変形が大きくなる可能性があり、応力よりも変形のために部材断面の大きさが決まる場合がある。また、大梁のたわみが大きいと、振動障害を生じたり、その建物を使用する人に対して不快感や不安感を与えたり、精度を要する機械を置く室などは使用不可能となり、建物自身も仕上材にひび割れが入ったり、梁に軸力が生じ柱に影響を与えるなど好ましくないことがいろいろ起こる。よって、以下の制約を考慮する。

$$\frac{\delta_b}{L_b} \leq \frac{1}{300} \quad (5.51a,b)$$
$$\delta_b = \delta_{b0} - \delta_{b1}$$

δ_b : 梁のたわみ (cm)

δ_{b0} : 単純梁のたわみ (cm)

δ_{b1} : 端部モーメントによるたわみ (cm)

L_b : 梁スパン (cm)

梁のたわみの計算は、下記の簡略式で計算する。

$$\delta_{b0} = \frac{5 \times w \cdot L_b^4}{384 E \cdot I} \quad (\text{等分布荷重単純梁のたわみ})$$
$$\delta_{b1} = \frac{L_b^2 (M_1 + M_2)}{16 E \cdot I} \quad (5.51c,d)$$

w : 単位長さ当りの荷重 (t/cm)

M_1 : 長期梁左端曲げモーメント (t・cm)

M_2 : 長期梁右端曲げモーメント (t・cm)

E : ヤング係数 (t/cm²)

I : 梁の断面二次モーメント (cm⁴)

④ 許容応力度制約

ここではまず、許容曲げ応力度、許容圧縮応力度、および部材応力度の評価方法について述べる。許容曲げ応力度および許容圧縮応力度は座屈応力度を安全率で除した値として算定する。許容曲げ応力度および許容圧縮応力度は部材断面性能などの関数である。許容せん断応力度に関しては、制約条件として active になることは恐らくないと思われるため本論文では考慮していないが、本来は考慮されるべきであり、今後の課題である。

許容曲げ応力度

次式のうち大きい方を許容曲げ応力度 f_b とする。

$$f_b = \left\{ 1 - 0.4 \frac{(l_b/i_b)^2}{C\Lambda^2} \right\} \cdot f_t$$
$$f_b = 900 / \left(\frac{l_b \cdot H}{A_f} \right)$$
(5.52a,b)

ただし、 $f_b \leq f_t$ でなければならず、本研究では $f_t = 1.6(\text{t/cm}^2)$ とする。

上記値は長期許容曲げ応力度であり、短期については 1.5 倍する。

ここに、 f_b : 許容曲げ応力度 (t/cm^2)

f_t : 許容引張応力度 (t/cm^2)

l_b : 圧縮フランジの支点間距離 (横座屈長さ) (cm)

i_b : 横座屈用断面二次半径 (cm)

C : 補正係数 (部材における曲げモーメント分布によって決まる係数であり、曲げモーメントの最大値が部材端にない場合は $C = 1$ とする。)

$$C = 1.75 - 1.05 \left(\frac{M_2}{M_1} \right) + 0.3 \left(\frac{M_2}{M_1} \right)^2 \quad (\text{但し、} 2.3 \text{ 以下})$$

Λ : 限界細長比

$$\Lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{0.6F}}$$

F : 鋼材の基準強度 (t/cm^2)

A_f : 圧縮フランジの断面積 ($= t_f \cdot B$) (cm^2)

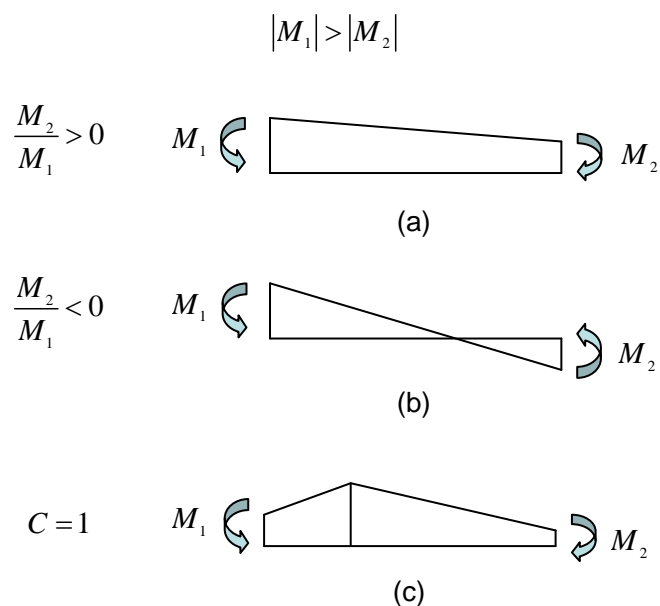


図 5.10 モーメント勾配

許容圧縮応力度

柱の座屈長さ l_c は、柱頭の水平移動と柱脚の固定度により左右される。ここでは、両端固定の座屈形を考え、座屈長さは材長の 1/2 とする。すなわち、

$$l_c = 0.5L_c \quad (5.53)$$

よって、許容圧縮応力算定用細長比 λ_c は

$$\lambda_c = l_c / i \quad (5.54)$$

ここに、 i : 断面 2 次半径 ($= \sqrt{I/A}$)

長期許容圧縮応力度は次のようになる。

(a) $\lambda_c \leq \Lambda$ のとき

$$f_c = \frac{F}{\nu} \left\{ 1 - 0.4 \left(\frac{\lambda_c}{\Lambda} \right)^2 \right\} \quad \text{ただし、} \nu = \frac{3}{2} + \frac{2}{3} \left(\frac{\lambda_c}{\Lambda} \right)^2 \quad (5.55a)$$

(b) $\lambda_c > \Lambda$ のとき

$$f_c = \frac{0.6F}{\nu (\lambda_c / \Lambda)^2} \quad \text{ただし、} \nu = \frac{13}{6} \quad (5.55b)$$

⑤ 骨組部材の応力の制約条件

梁部材の制約条件

梁部材は軸力の影響を無視し、曲げ応力度 σ に対する検討を行う。

1) 曲げ応力度の確認

$$\gamma = \left| \frac{\sigma}{f_b} \right| \leq 1.0 \quad (5.56)$$

$$\text{ここに、} \sigma = \frac{M}{Z}$$

曲げモーメント M は梁両端と中央の 3 箇所を確認する。

Z : 断面係数, f_b : 許容曲げ応力度

柱部材の制約条件

柱に関しては、曲げ応力度 σ_b と軸方向応力度 σ_c の組合せ応力度に関する検討を行う。

2) 曲げ応力度と軸方向応力度の組合せに対する安全性の確認

$$\gamma = \left| \frac{\sigma_b}{f_b} + \frac{\sigma_c}{f_c} \right| \leq 1.0 \quad (5.57)$$

$$\text{ここに、} \sigma_b = \frac{M}{Z}, \sigma_c = \frac{N}{A}$$

曲げモーメント M は梁両端の 2 箇所、軸力 N は 1 箇所を確認する。

A : 全断面積, f_c : 許容圧縮応力度

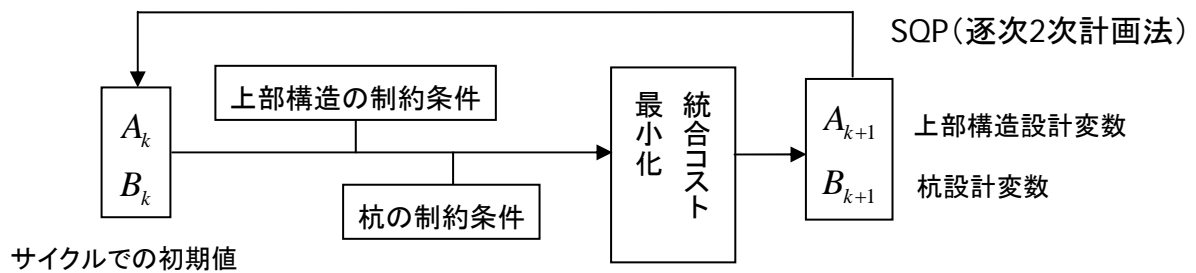


図 5.11 最適化フロー

5.6.3 解法の特徴

上部構造と杭基礎構造を一体の詳細モデルとして扱う場合には、解析自由度が膨大となり、感度解析などの計算負荷も現実的でなくなる。本論文では、杭の剛性をばねにモデル化した簡易モデル（上部構造－杭ばねモデル）と杭単独モデルを最適化の過程で併用する新しい方法を提案し

ている。具体的には、前ステップで得られた断面変数より杭の置換ばねの剛性や反力を求め、その下で上部骨組モデルおよび杭モデルの各々から上部構造と杭の制約条件を導き、SQP（逐次 2 次計画法）を用いて統合コストを最小化するように設計変更してゆくという解法を提案している。

5.7 上部構造 3 スパン 10 層モデル、2 種類の表層地盤モデルに対する数値例

5.7.1 対象モデルと荷重条件

- ・ 上部構造は、3 スパン 10 層の鋼構造平面骨組モデルとする。
- ・ 杭基礎は図 5.4 に示されるような A 地盤（軟弱地盤：Ground A）、B 地盤（硬質地盤：Ground B）の 2 種類の表層地盤モデルに設置された場所打ちコンクリート杭とする。A 地盤に設置された杭の杭長は 38m、B 地盤の設置された杭の杭長は 30m とし、いずれも工学的基盤面に 1m 根入れするものとする。
- ・ モデルは左右対称となるよう、柱、梁、杭はグルーピングされる。
- ・ 長期荷重として、床・梁の自重及び積載荷重を梁材端力で与える。1 本の梁が支持する床の支配面積は 60m^2 であり、梁に 49kN/m の等分布荷重を作用させる。
- ・ 地震荷重として A_i 分布から算定した水平荷重を作用させる。一次設計は $C_0 = 0.2$ の地震荷重相当を載荷する。杭に対する二次設計は、 $C_0 = 1.0, D_s = 0.25, F_{es} = 1.0$ の必要保有水平耐力相当を載荷する。

5.7.2 本例題における制約条件

- ・ 制約条件

5.6 節のすべての制約条件を考慮する。その中で与える数値は以下の通りである。

[設計変数制約]

柱断面積： $30 \square 1454\text{cm}^2$

梁断面積： $30 \square 770.1\text{cm}^2$

杭径： $0.8 \square 3.0\text{m}$

主筋比： $0.4 \square 1.2\%$

帯筋比： $0.2 \square 1.2\%$

[1 次設計用短期荷重作用時制約]

上部構造各層間変形角 $\leq 1/175$

[柱と梁の断面性能]

従来の最適設計問題で扱われてきた断面表現は、断面性能の諸量 p （断面二次モーメント、断面係数、塑性断面係数等）を部材断面積 A の関数として、 $p = aA^b$ 、または $p = aA + b$ と表現しているものが多い。このような近似的表現では、断面寸法を直接表現できないか、または近似精度が悪い。それに対し本論文では、実在するロール材の部材断面寸法を部材断面積 A の関数として明示的かつ精度よく表現する（吉富ら 2004）。以下では H 型鋼せい、幅、ウェブ板厚、

フランジ板厚をそれぞれ H, B, t_w, t_f と表記する。柱及び梁はJIS規格サイズH形鋼の中幅系列とし、断面寸法 H, B, t_w, t_f をそれぞれ断面積 A をパラメタとして、近似的に以下のように表現する。（単位：cm） 断面性能 I, Z は断面寸法より算定する。

$$\begin{aligned}
 H &= 3.78(\sqrt{A} - 11.5) + 39 & (A \leq 133.2) \\
 H &= 8.58(\sqrt{A} - 17.5) + 90 & (133.2 < A \leq 305.8) \\
 H &= 0.820(\sqrt{A} - 17.5) + 90 & (305.8 < A) \\
 B &= 3.12(\sqrt{A} - 11.5) + 40 & (A \leq 133.2) \\
 B &= 30 & (133.2 < A) \\
 t_f &= 0.00776(A - 26.4) + 0.9 \\
 t_w &= B - (HB - A) / (H - 2t_f)
 \end{aligned} \tag{5.58a-g}$$

- ・基礎梁

500×1000mm の RC 梁とし、設計変更はしない。

5.7.3 本例題における設計変数、目的関数および最適化アルゴリズム

- ・設計変数

柱と梁各部材の断面積と、各杭の杭径、主筋比、帯筋比とする。

- ・目的関数

目的関数は全コストとし、これを最小化する。

- ・最適化パッケージ

市販の汎用最適化パッケージ(DOT 1999)を用いる。最適化手法としては、SQP(Sequential Quadratic Programming)法による。

5.7.4 解析結果（地盤強制変位による運動学的効果を考慮した場合）

A 地盤に対する最適解を図 5.12 に示す。図中の線の太さは部材の断面積に比例させてあり、各部材の断面積（単位： cm^2 ）が示されている。また、図中の円の大きさは杭径に比例させてあり、円の右に示されている数値は、上から杭径（単位：m）、杭の主筋比、杭の帯筋比である。

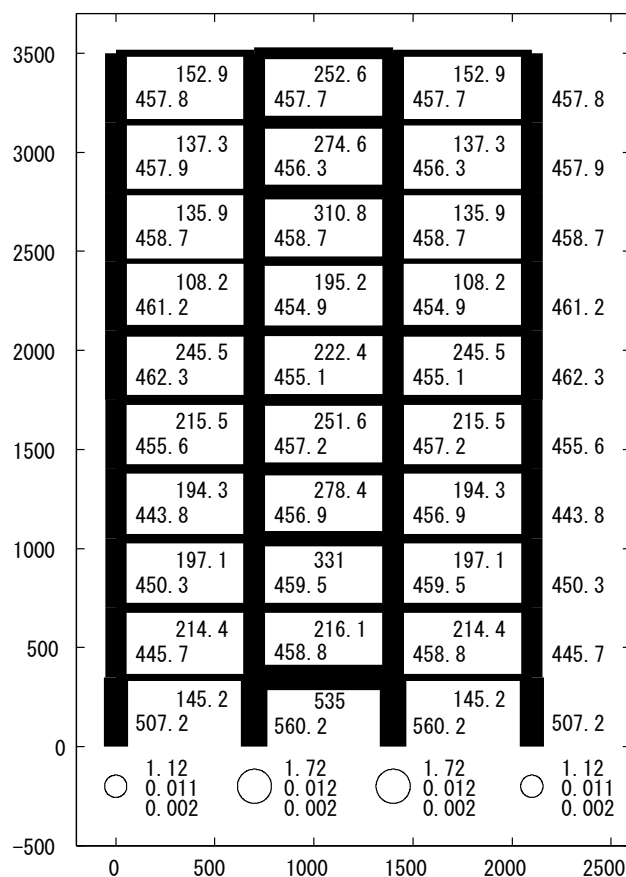


図 5.12 A 地盤に対する最適解（運動学的効果を考慮）

コスト

基礎梁を除いた全コストは 3006 万円、上部構造 1461 万円、杭基礎 1545 万円となった。

Activeになる制約条件

- ・ 第 3,7,8 層の層間変形角制約
- ・ x 方向正の水平荷重載荷時、左から 4 番目の杭の短期鉛直支持力の制約。
- ・ x 方向正の水平荷重載荷時、左から 3,4 番目の杭の短期応力（許容軸力、許容曲げモーメント）の制約

表 5.1 慣性力による杭頭断面力と運動学的効果による杭頭断面力との比較 (A 地盤)

短期荷重作用時 (損傷限界レベル) 杭頭モーメント、x 方向正の水平荷重載荷時

	左から 1 番目の杭	2 番目の杭	3 番目の杭	4 番目の杭
慣性力によるもの	578	2905	3019	815
運動学的効果によるもの	121	579	579	121

(単位 : kN m)

短期荷重作用時 (損傷限界レベル) 杭頭せん断力、x 方向正の水平荷重載荷時

	左から 1 番目の杭	2 番目の杭	3 番目の杭	4 番目の杭
慣性力によるもの	222	747	777	313
運動学的効果によるもの	1.9	7.7	7.7	1.9

(単位 : kN)

2 次設計用荷重作用時 (安全限界レベル) 杭頭せん断力、x 方向正の水平荷重載荷時

	左から 1 番目の杭	2 番目の杭	3 番目の杭	4 番目の杭
慣性力によるもの	283	933	972	384
運動学的効果によるもの	1.8	14.5	14.5	1.8

(単位 : kN)

B 地盤に対する最適解を図 5.13 に示す。

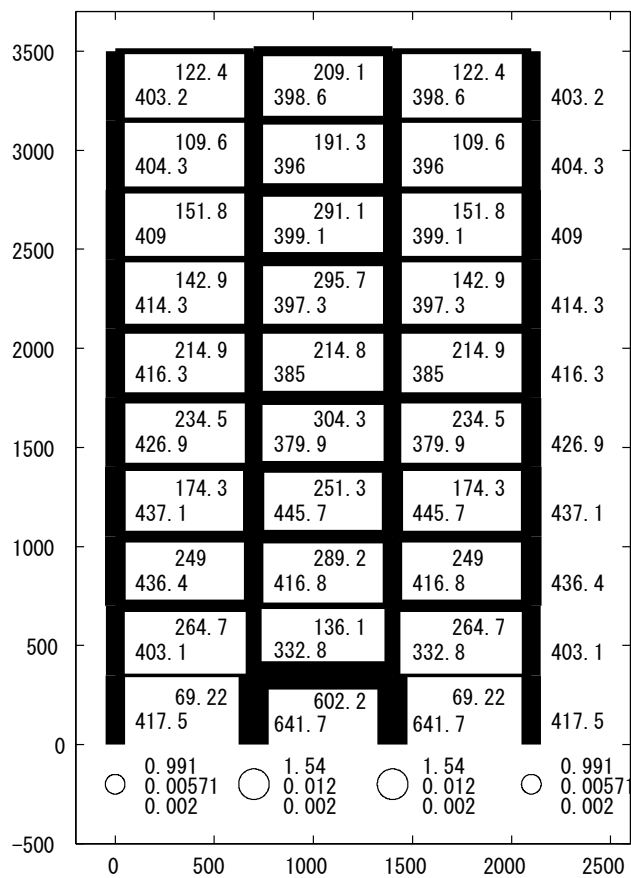


図 5.13 B 地盤に対する最適解（運動学的効果を考慮）

コスト

基礎梁を除いた全コストは 2317 万円、上部構造 1365 万円、杭基礎 952 万円となった。

Activeになる制約条件

- ・ 第 2,4,5,7,8 層の層間変形角制約
- ・ 第 1 層の左梁左端の長期応力制約、第 1 層の右梁右端の長期応力制約。
- ・ x 方向正の水平荷重載荷時、左から 4 番目の杭の短期鉛直支持力の制約。
- ・ x 方向正の水平荷重載荷時、左から 1,2,3 番目の杭の短期応力（許容軸力、許容曲げモーメント）の制約

表 5.2 慣性力による杭頭断面力と運動学的効果による杭頭断面力との比較 (B 地盤)

短期荷重作用時 (損傷限界レベル) 杭頭モーメント、x 方向正の水平荷重載荷時

	左から 1 番目の杭	2 番目の杭	3 番目の杭	4 番目の杭
慣性力によるもの	310	2350	2400	468
運動学的効果によるもの	23	147	147	23

(単位 : kN m)

短期荷重作用時 (損傷限界レベル) 杭頭せん断力、x 方向正の水平荷重載荷時

	左から 1 番目の杭	2 番目の杭	3 番目の杭	4 番目の杭
慣性力によるもの	163	816	833	246
運動学的効果によるもの	0.2	0.6	0.6	0.2

(単位 : kN)

2 次設計用荷重作用時 (安全限界レベル) 杭頭せん断力、x 方向正の水平荷重載荷時

	左から 1 番目の杭	2 番目の杭	3 番目の杭	4 番目の杭
慣性力によるもの	215	1021	1039	297
運動学的効果によるもの	0.8	2.7	2.7	0.8

(単位 : kN)

5.7.5 解析結果（地盤強制変位による運動学的効果を考慮しない場合）

A 地盤に対する最適解を図 5.14 に示す。

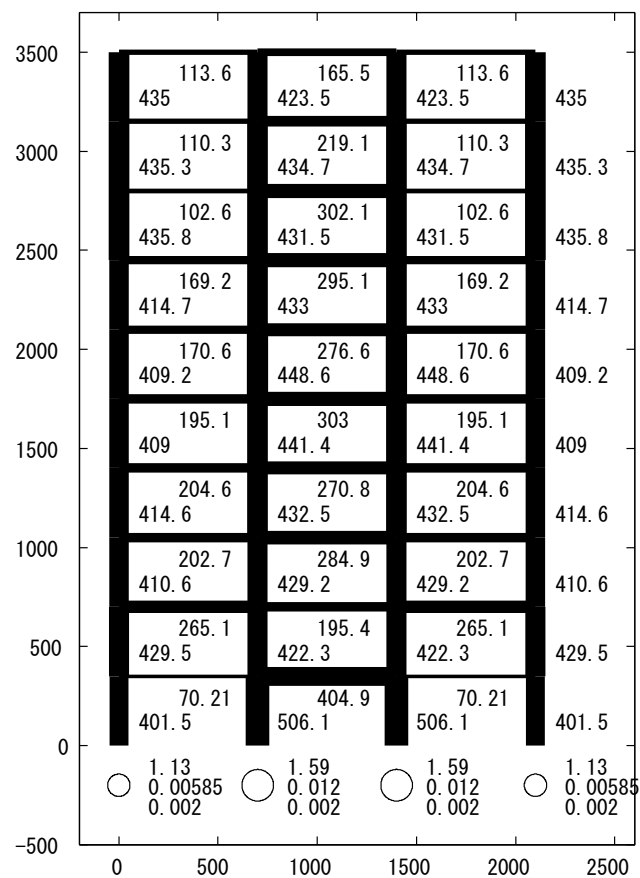


図 5.14 A 地盤に対する最適解（運動学的効果を考慮しない）

コスト

基礎梁を除いた全コストは 2716 万円、上部構造 1357 万円、杭基礎 1359 万円となった。

Activeになる制約条件

- ・ 第 2,4,6,7,8,9 層の層間変形角制約
- ・ 第 1 層の左梁左端の長期応力制約、第 1 層の右梁右端の長期応力制約。
- ・ x 方向正の水平荷重載荷時、左から 4 番目の杭の短期鉛直支持力の制約。
- ・ x 方向正の水平荷重載荷時、左から 1,3,4 番目の杭の短期応力（許容軸力、許容曲げモーメント）の制約

B 地盤に対する最適解を図 5.15 に示す。

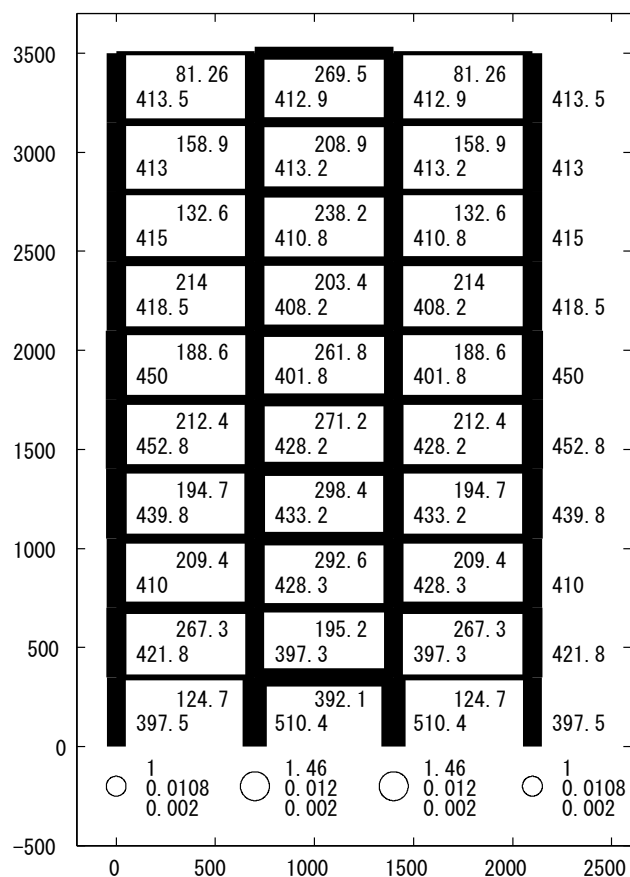


図 5.15 B 地盤に対する最適解（運動学的効果を考慮しない）

コスト

基礎梁を除いた全コストは 2270 万円、上部構造 1371 万円、杭基礎 899 万円となった。

Activeになる制約条件

- ・ 第 2,4,6 層の層間変形角制約
- ・ x 方向正の水平荷重載荷時、左から 3,4 番目の杭の短期応力（許容軸力、許容曲げモーメント）の制約

5.7.6 考察

- ・ 地盤強制変位による運動学的効果を考慮した場合としない場合のコストを比較すると、A 地盤（軟弱地盤）では、運動学的効果を考慮した方が、上部構造、杭基礎ともにコストは大きくなる。一方、B 地盤（硬質地盤）では、杭基礎のコストに関しては、運動学的効果を考慮した方が大きくなるが、上部構造のコストに関しては、運動学的効果を考慮した方がやや小さくなる。総コストは、運動学的効果を考慮した方が大きくなるが、A 地盤と比較すると増加量は小さい。
- ・ 慣性力による杭頭モーメントに対する運動学的効果による杭頭モーメントの比率は、A 地盤（軟弱地盤）の方が、B 地盤（硬質地盤）よりも運動学的効果によるものの割合が大きくなる。
- ・ 杭径、および 1 層の柱の断面積は、中央が大きくなり、隅が小さくなる傾向がある。
- ・ 第 1 層の左右の梁が小さくなる傾向があり、これらの梁の長期応力の制約が **active** になりやすい。
- ・ 全ての場合において、杭の帯筋比は下限値をとり、中央の杭の主筋比は上限値をとる。

5.8 結論

- (1) 建築構造物の設計においては、上部構造とともに基礎構造（特に杭基礎）の建設コストが大きな割合を占めるため、上部構造と杭基礎構造を統合的に扱った上で、設計条件を満足する上部構造と杭基礎構造の部材断面を合理的に決定する設計問題を解くことが要求される。この設計問題を解くための上部構造 - 杭基礎統合化設計法を提案した。具体的には、上部骨組モデルを杭置換バネで支持されたモデルとし、杭を単独の杭頭回転固定モデルとする。上部構造と杭基礎の相互作用については次のように考える。

① 杭基礎を鉛直ばねと水平ばねに置換し、上部構造をそのばねで支持する。鉛直ばね剛性は鉛直荷重及び杭頭の沈下量から算定し、水平ばね剛性は水平荷重及び Chang 式の水平変位から算定する。杭頭固定の Chang 式を用い、杭頭曲げモーメントを上部骨組に反力として作用させる。地盤強制変位による運動学的効果を考慮するため、慣性力による杭頭曲げモーメントに運動学的効果による杭頭曲げモーメントを加えたものを杭頭曲げモーメントとして用いる。

② 杭基礎には上部構造を支えるばねの反力を作用させる。地盤強制変位による運動学的効果を考慮するため、慣性力による杭頭モーメントおよび杭頭せん断力に、運動学的効果による杭頭曲げモーメントおよび杭頭せん断力を付加する。

以上のようにして、上部構造の設計変数と杭基礎の設計変数を総合的に扱い、両者を同時に最適化する問題を定式化した。上部構造と基礎構造を別々に取り扱う最適化問題はこれまでもいくつか提案されているが、ここで扱ったような総合的なものはほとんど存在しない。また、上部構造と杭基礎構造を一体の詳細モデルとして扱う場合には、解析自由度が膨大となり、感度解析などの計算負荷も現実的でなくなる。本論文では、杭の剛性をばねにモデル化した簡易モデル（上部構造 - 杭ばねモデル）と杭単独モデルを最適化の過程で併用する新

しい方法を提案している。具体的には、前ステップで得られた断面変数より杭の置換ばねの剛性や反力を求め、その下で上部骨組モデルおよび杭モデルの各々から上部構造と杭の制約条件を導き、逐次 2 次計画法を用いて統合コストを最小化するように設計変更してゆくという解法を提案した。

- (2) 地盤強制変位による杭への効果は通常応答変位法などを用いて評価されるが、本論文では、工学的基盤面で定義される設計用応答スペクトルに対するこの効果を、単一点入力応答スペクトル法を導入して効率的に評価する方法を展開した。この地盤強制変位による運動学的効果と慣性効果を加算することにより杭への入力効果を定義し、この入力効果とその他の荷重条件下での制約条件をすべて考慮した上で、建築骨組の部材サイズと杭の断面サイズを合理的かつ統合的に決定する方法を提案した。また、工学的基盤面で設計用応答スペクトルが与えられた場合に、慣性力による杭の断面力と運動学的効果による杭の断面力を簡易的に評価する応答スペクトル評価法を提案した。
- (3) 地盤強制変位による運動学的効果を考慮した場合と考慮しない場合のコストを比較すると、A 地盤（軟弱地盤）では、運動学的効果を考慮した方が、上部構造、杭基礎ともにコストは大きくなる。一方、B 地盤（硬質地盤）では、杭基礎のコストに関しては、運動学的効果を考慮した方が大きくなるが、上部構造のコストに関しては、運動学的効果を考慮した方がやや小さくなり、総コストは、運動学的効果を考慮した方が大きくなるが、A 地盤と比較すると増加量は小さい。
- (4) 慣性力による杭頭モーメントに対する運動学的効果による杭頭モーメントの比率は、A 地盤（軟弱地盤）の方が、B 地盤（硬質地盤）よりも運動学的効果によるものの割合が大きくなる。

このような知見は、従来のように、上部構造 と基礎構造を別々に取り扱う方法では導くことが困難であり、本論文で提案した上部構造 - 杭基礎統合化設計システムを用いて初めて誘導可能となる。

参考文献

- DOT (Design Optimization Tools) Users Manual Version 5.0 (1999), Vanderplaats Research & Development, Inc.
- Gazetas, G. and Dobry, R. (1984). "Horizontal response of piles in layered soils." *J. Geotech. Eng., ASCE*, **110**(1), 20-40.
- J.N.Yang, S.Sarkani and F.X.Long (1990), A Response Spectrum Approach for Seismic Analysis of Nonclassically Damped Structures, *Engineering Structures*, **12**, 173-184.
- Nakamura, Tsuneyoshi, Takewaki, I., and Asaoka, Y. (1996) : Sequential stiffness design for seismic drift ranges of a shear building-pile-soil system, *Earthq. Eng. Struct. Dyn.*, **25**(12), 1405-1420.
- N.M.Newmark and W.J.Hall (1982), *Earthquake Spectra and Design*, Earthquake Eng. Research Institute, Berkeley, CA.
- Takewaki, I., Nakamura, Tsuneyoshi, and Hirayama, K. (1998) : Seismic frame design via inverse mode design of frame-ground systems, *Soil Dynamics and Earthq. Eng.*, **17**(3), 153-163.
- Takewaki, I. (1999). "Inverse Stiffness Design of Shear-Flexural Building Models Including Soil-Structure Interaction." *Engineering Structures*, **21**(12), 1045-1054.
- Takewaki, I. (2004). "Response spectrum method for nonlinear surface ground analysis." *An Int. J. of Advances in Struct. Eng.*, **7**(6), 503-514.
- 岸田明子, 山川 誠, 五十子幸樹, 山崎雅弘, 竹脇 出, 上谷宏二 (2005) : 杭基礎を有する建築骨組の上部 - 下部統合化設計, 日本建築学会近畿支部研究報告集, 第 45 号・構造系, pp.101-104, 2005.6.
- 社団法人地盤工学会 (1998) : N 値と $c \cdot \phi$ の活用法, 1998 年 2 月.
- 社団法人日本建築構造技術者協会 (1986) : S 建築構造設計 実例と解説, 1986.
- 社団法人日本道路協会 (2002) : 道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編, 2002 年 3 月.
- 中村恒善, 竹脇 出, 島野幸弘 (1992) : 混合型逆定式化による建築骨組 - 杭 - 地盤連成系の地震時設計ひずみに対する剛性設計, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 440 号, 43-56, 1992 年 10 月.
- 日本建築学会 (1982) : 鉄筋コンクリート構造計算基準・同解説, 1982.
- 日本建築学会 (1988, 2001) : 建築基礎構造設計指針, 1988, 2001.
- 日本建築学会 (2002) : 建築構造物の創造的数値設計手法の展望, 応用力学シリーズ 10.

- 竹脇 出, 中村恒善 (1995) : 指定剛性変動係数を有する地盤で支持されたせん断型構造物 - 杭系の指定地震時変形に対する剛性設計, 構造工学論文集, Vol.41B, 129-138, 1995.
- 竹脇 出, 土井明裕, 辻 聖晃, 上谷宏二 (2003) : 動的 Winkler ばねモデルを用いた杭支持建築構造物の地震時剛性設計, 日本建築学会構造系論文集, 第 571 号, pp.45-52, 2003.9.
- 竹脇 出, 大淵邦之, 山崎雅弘 (2004) : 構造物 - 杭 - 地盤連成系への地震エネルギー入力, 日本建築学会構造系論文集, 第 583 号, pp.39-46, 2004.9.
- 中村恒善, 竹脇 出, 島野幸弘 (1992) : 混合型逆定式化による建築骨組 - 杭 - 地盤連成系の地震時設計ひずみに対する剛性設計, 学会構造系論文報告集, 43-56, 1992 年 10 月.
- 吉富信太, 辻聖晃, 山崎雅弘, 上谷宏二 (2004) : 部材断面寸法をパラメタとした鋼構造立体骨組の最適設計, 構造工学論文集, Vol.50B, pp.221-227.

第6章 結論

第1章は序章であり、本研究の目的と意義について述べられている。建物が建設される敷地地盤は、幾何学的形状、力学的特性ともに大きなばらつきを有しており、同時にボーリングなどによる調査地点の数も一般的には多くなく、データ不足による不確定性や、地盤調査・試験に伴う人為的な不確定性も有していると考えられる。本論文では、このようなばらつきや不確定性を的確に考慮した解析法を展開し、慣性の相互作用(inertial interaction)と運動学的相互作用(kinematic interaction)を群杭効果と共に考慮した構造物 - 杭 - 地盤系の有効な解析法を提示した。さらに、地盤強制変位による運動学的効果を考慮した上で、上部構造と下部基礎構造を総合的な観点から合理的かつ統合的に設計するための方法を提示した。

第2章では、群杭効果を考慮した建築骨組 - 杭系の応答特性について論じている。具体的には、杭基礎を有する建築構造物の耐震設計および剛性設計における有効な群杭効果の解析法を展開している。杭 - 地盤系の動的挙動を簡易的ではあるが的確に考慮するために、動的 Winkler 型地盤要素と杭から成る連続体モデルを扱っている。一般的に、群杭効果は上部構造の地震時層間変位を低減させる場合が多いことは知られているが、杭に及ぼす影響を同時に明らかにした研究は少ない。群杭効果は、杭間の影響係数によって考慮されている。変位に対する影響係数はよく知られているが、曲率や杭頭曲げモーメントに対する影響係数も、本論文では提案されている。これにより、杭頭曲げモーメントに関する群杭効果を効率的に評価することができる。一般的に、群杭効果は上部構造の層間変位を低減する一方、杭頭曲げモーメントを増加する傾向があることが示された。これは、群杭効果を考慮しない設計は、上部構造に対しては安全側の設計であり、杭の設計に対しては危険側の設計となることを意味する。杭頭曲げモーメントが大きくなる理由の一つとして、群杭では杭周辺の地盤の抵抗が低下することが考えられる。本論文では、群杭効果は一般に杭頭曲げモーメントを増加させる傾向があり、杭の設計において十分な配慮が必要であることを明らかにしている。

第3章では、構造物 - 地盤連成系へ入力される地震エネルギーの不確定性解析法を提案している。ここでは、構造物 - 地盤連成系を、水平ばねと回転ばねおよびそれらに対応するダッシュポットで支持された1質点モデルに置換している。構造物 - 地盤連成系 (SSI システム) のように、特性の異なる多数の部分構造を含む系に対して、全体構造や各部分構造への地震時入力エネルギーは、地震時要求性能を表す重要な指標と考えられる。構造物と SSI システム全体への地震入力エネルギーは、振動数領域のアプローチを利用することにより、構造特性と入力特性が分離された簡潔な形で得られる。本論文では、地震入力エネルギーの不確定パラメータに関する高次までの感度が、振動数領域のアプローチを利用することにより、閉形表現で得られることを明らかにしている。正確な高次までの感度は、地盤剛性および減衰に関する不確定パラメータに対する入力エネルギーの変動を表現することを容易にし、また、最大入力エネルギーを与える最も望ましくない不確定パラメータの組合せを見出すことを容易にする。通常の時間領域での方法では、時間方向の数値積分などに起因する数値不安定の問題点が存在するのに対して、提案する振動数領

域の方法では、感度の閉形表現によりこのような問題点が解消されている。エネルギー伝達関数の変動の評価と、地震入力エネルギーの変動の評価に対して提案された方法は、ある範囲内で妥当な精度を有し、高い信頼性と有効性を有することがパラメトリック解析による変動の結果との比較により確認された。

第4章では、杭基礎構造物に入力される地震エネルギーの不確定性解析を提案している。不確定パラメーターとして地盤ヤング係数を取り上げ、構造物 - 杭系に入力される地震エネルギーの地盤ヤング係数に対する不確定性解析を行っている。第3章で展開した水平および回転ばねと、対応するダッシュポットで支持された構造物に対する不確定性解析を有効に利用し、杭基礎構造物を水平および回転ばねと対応するダッシュポットで支持された構造物に縮約することにより、第3章とほぼ同様の不確定性解析が実行可能となることを明らかにしている。すなわち、構造物 - 杭系をスウェイ・ロッキングモデル (SR モデル) に置換する方法を導入することにより、構造物 - 杭系に入力される地震エネルギーを SR モデルを用いて評価する振動数領域の方法を展開している。具体的には、上部構造の多自由度系せん断型モデルを1自由度系モデルに縮約し、構造物 - 杭 - 地盤系を SR ばねで支持された1自由度系モデルにより表現する方法を展開している。特に、第3章のモデルとは異なり、水平・回転ばね、および対応するダッシュポット減衰係数の間には従属関係が存在するため、第3章の理論を直接援用することは困難である。本章では、SR ばね及びダッシュポット間の従属関係を用いて感度解析を行い、複雑な構造物 - 杭 - 地盤系の感度計算を効率よく実施可能な方法を提案している。さらに、この従属関係と群杭効果を考慮した上で、地盤特性が有する不確定性が地震入力エネルギーに及ぼす影響をパラメトリック解析などを用いずに的確に考慮することのできる解析法を開発している。

第5章では、慣性効果に加えて地盤強制変位による運動学的効果を考慮したもとの、杭基礎を有する建築骨組の上部下部統合化設計の方法を提案している。具体的には、上部構造に要求される設計条件と、杭基礎に要求される設計条件を詳細に検討し、施工コストまで簡易的に考慮した上で総コストを最小化する設計法を提案している。上部構造と基礎構造を別々に取り扱う最適化問題はこれまでもいくつか提案されているが、本論文で扱っているような総合的なものはほとんど存在しない。また、上部構造と杭基礎構造を一体の詳細モデルとして扱う場合には、解析自由度が膨大となり、感度解析などの計算負荷も現実的でなくなる。本論文では、杭の剛性をばねにモデル化した簡易モデル (上部構造 - 杭ばねモデル) と杭単独モデルを最適化の過程で併用する新しい方法を提案している。具体的には、前ステップで得られた断面変数より杭の置換ばねの剛性や反力を求め、その下で上部骨組モデルおよび杭モデルの各々から上部構造と杭の制約条件を導き、逐次2次計画法を用いて統合コストを最小化するという解法を提案している。地盤強制変位による杭への効果は、通常応答変位法などを用いて評価されるが、本論文では、工学的基盤面で定義される設計用応答スペクトルに対するこの効果を、単一点入力応答スペクトル法を導入して効率的に評価する方法を展開している。この地盤強制変位による運動学的効果と慣性効果を加算することにより杭への入力効果を定義し、この入力効果とその他の荷重条件下での制約条件をすべて考慮した上で、建築骨組の部材サイズと杭の断面サイズを合理的かつ統合的に決定する方法を提案している。また、設計用応答スペクトルが工学的基盤面で与えられた場合に、慣性力

による杭の断面力と運動学的効果による杭の断面力を簡易的かつ的確に評価することのできる応答スペクトル評価法を提案している。

謝辞

本論文は、筆者が京都大学工学部建築学科卒業論文として取り上げた研究テーマ、及び、同大学院工学研究科建築学専攻修士論文として取り上げた研究テーマを再検討し、同大学院工学研究科都市環境工学専攻博士課程在学中に挙げた研究成果を加え、学位論文としてまとめたものです。

筆者が学部生の時に旧上谷・竹脇研究室に配属されて以来、早くも6年の歳月が過ぎました。その間、竹脇出先生（現京都大学教授）には、終始変わらぬ懇切丁寧かつ的確なご指導を賜りました。竹脇先生の常に理路整然とした物事の考え方、研究に対する飽くなき探究心には、非常に感銘を受け、大変良い刺激を受けてまいりました。また、竹脇先生は、体調を崩し易い筆者のことをいつも気遣って下さり、非力な筆者を影に日向に支えて下さいました。学会やセミナーなどの発表の際には、緊張し易い筆者のために、常に早くから準備できるようご指導下さいました。本論文をまとめることができましたのも、ひとえに先生のおかげであり、心より深く感謝申し上げます。

上谷宏二先生（現京都大学教授）には、卒論研究室配属以来、常に熱意溢れるご指導と貴重なご助言をいただいてまいりました。上谷先生の物事を深く追求する姿勢、研究に対する情熱には、大変良い刺激を受けてまいりました。また、上谷先生も、いつも会うたびに暖かく励まして下さいました。ここに深い感謝の意を表します。

田村修次先生（現京都大学准教授）には、本論文の審査に当たり、貴重なご指導、ご助言を賜りました。ここに深い感謝の意を表します。

山崎雅弘先生（現岡山理科大学准教授）には、杭基礎の研究に関する貴重なご指導、ご助言を賜りました。深く感謝申し上げます。

辻聖晃先生、荒木慶一先生（現京都大学准教授）には、研究室ゼミにおいて、貴重なご指導を賜りました。また、就職活動の際には、大変お世話になりました。深く感謝申し上げます。

吉富信太先生、山川誠先生（現京都大学助教）には、様々な場で、本論文の研究に関する有意義なご指摘、ご議論を頂きました。深く感謝申し上げます。

以上の先生方のご助力に加えて、李東潤氏（京都大学大学院）には、第5章における上部構造の最適化プログラムを提供して頂きました。また、五十子幸樹氏（株式会社日建設計）には、実務的な観点からの貴重なご意見を頂きました。深く感謝しております。

筆者の在籍する竹脇・辻研究室の後輩の皆様方、上谷・荒木研究室の先輩、同級生、後輩の皆様方とは、研究生活をともに過ごし、数多くの知見を得ることができました。感謝申し上げます。

最後に、筆者の健康を気遣いながら支援してくれた両親、姉に心から感謝いたします。

2008年1月